

퍼즐

[9월의 퍼즐 해설] 대소관계 스토쿠

2019년 9월 30일

박부성



9월의 퍼즐에 참여해주신 모든 분들께 감사드립니다!

9월의 퍼즐에 참여해주신 분 중 정답과 함께 좋은 풀이를 보내주신 **김현기**님께
HORIZON에서 준비한 선물을 전달드릴 예정입니다.

[9월의 퍼즐 문제 보러가기](#)

정답은 다음과 같다. 풀이는 정답자로 선정된 김현기님의 설명으로 대체해도 될 것 같다.

5	>	3	<	4	<	6	<	7	<	8	<	9	>	1	<	2
^		^		v		v		^		v		v		^		^
6	<	7	>	2	>	1	<	9	>	5	>	3	<	4	<	8
v		^		^		^		v		v		^		^		v
1	<	9	>	8	>	3	<	4	>	2	<	5	<	6	<	7
^		v		^		^		^		v		v		v		v
8	>	5	<	9	>	7	>	6	>	1	<	4	>	2	<	3
v		v		v		^		v		^		^		^		v
4	>	2	<	6	<	8	>	5	>	3	<	7	<	9	>	1
^		v		v		^		v		^		^		v		^
7	>	1	<	3	<	9	>	2	<	4	<	8	>	5	<	6
^		^		v		v		^		^		v		^		v
9	>	6	>	1	<	5	>	3	<	7	>	2	<	8	>	4
v		^		^		v		v		^		^		v		^
2	<	8	>	7	>	4	>	1	<	9	>	6	>	3	<	5
^		v		v		v		^		v		v		^		^
3	<	4	<	5	>	2	<	8	>	6	>	1	<	7	<	9

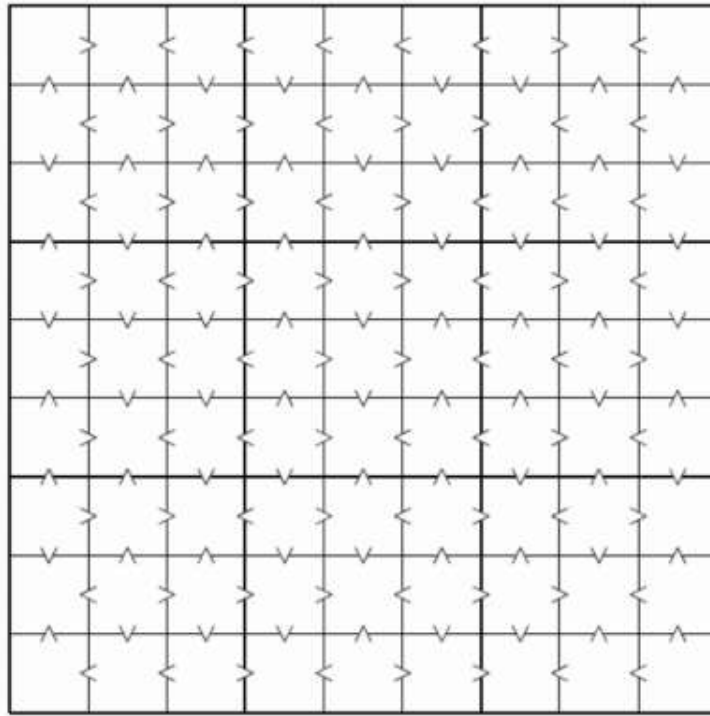
이 스도쿠는 위키백과의 스도쿠 항목에 있는 예시를 이용하여 만들었다. 이 예시 문제의 풀이를 가져다가 숫자는 모두 지우고 부등호만 채워 넣었다. 이제 새로운 질문을 생각해 볼 수 있겠다.

일반적으로 스도쿠 문제는 처음에 제시하는 숫자들이 어떻게 주어지느냐에 따라 문제를 풀 수 있는 경우도 있고 풀 수 없는 경우도 있다. 완성된 스도쿠에서 칸 사이에 부등호를 표시하고 숫자를 모두 지워서 만든 대소관계 스도쿠는 항상 풀 수 있을까?

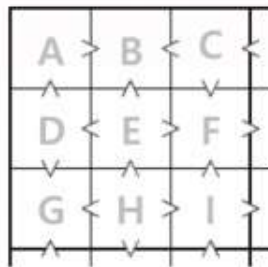
또, 이번 문제의 풀이를 올려주신 분 가운데 세계 스도쿠 선수권 대한민국 국가대표팀 훈련자료를 보여주신 분이 있었다. 이 자리를 빌려 감사 말씀을 전한다. 이 자료는 부등호 20개만 표시된 대소관계 스도쿠였다. 이런 대소관계 스도쿠에서 부등호는 최소 몇 개까지 가능할까?

참고로, 일반적인 스도쿠에서는 문제를 풀 수 있는 최소 단서의 개수는 17임이 알려져 있다. 즉, 처음에 17개의 숫자가 주어진 스도쿠 문제는 존재하지만, 16개의 숫자가 주어진 스도쿠 문제는 답이 유일하게 결정되지 않는다.

다음은 9월의 정답자로 선정된 **김현기**님의 해설입니다.

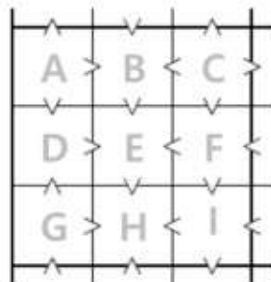


이 스도쿠에는 어느 숫자도 주어지지 않기 때문에, 처음에는 순전히 대소비교만으로 추론하여 후보수를 좁혀가야 한다. 먼저 왼쪽 위에 있는 3X3 격자에 주목해보자.



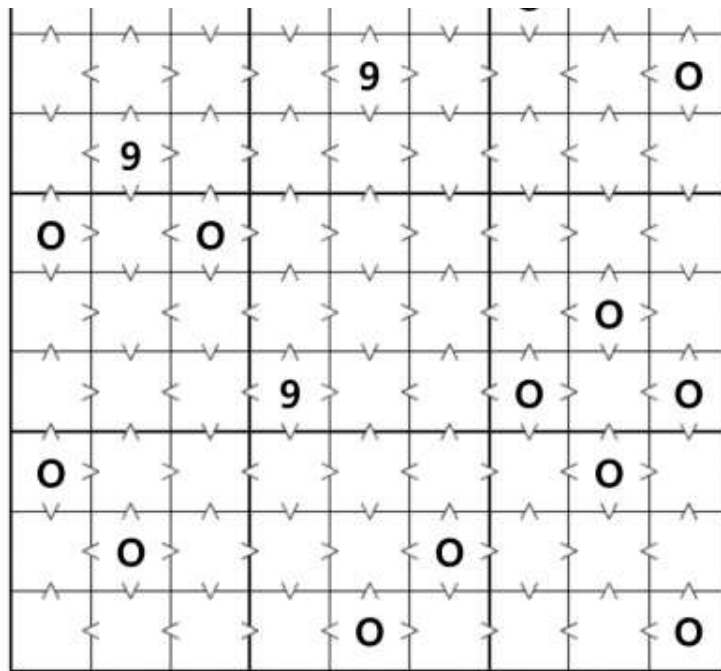
각 격자를 위 그림과 같이 알파벳으로 부르도록 하겠다. 이 중에서 9가 될 수 있는 후보를 찾아보자. 스도쿠의 모든 수는 9보다 작거나 같기 때문에 이웃 격자보다 작은 격자에는 9가 들어갈 수 없다. 예를 들어, E에 들어갈 수는 B, D, F에 들어갈 수보다는 크지만 H에 들어갈 숫자보다는 작아야 한다. E에 9가 들어갈 경우 H에 어떤 숫자도 들어갈 수 없기 때문에 E에는 9가 들어갈 수 없다. 이런 방식으로 살펴보면 유일하게 H에만 9가 들어갈 수 있음을 알 수 있다.

하지만 이런 방법이 항상 유효하지는 않는데, 이웃 격자보다 항상 큰 격자가 둘 이상 존재할 수 있기 때문이다. 왼쪽 중앙 3X3 격자에 주목해보자.

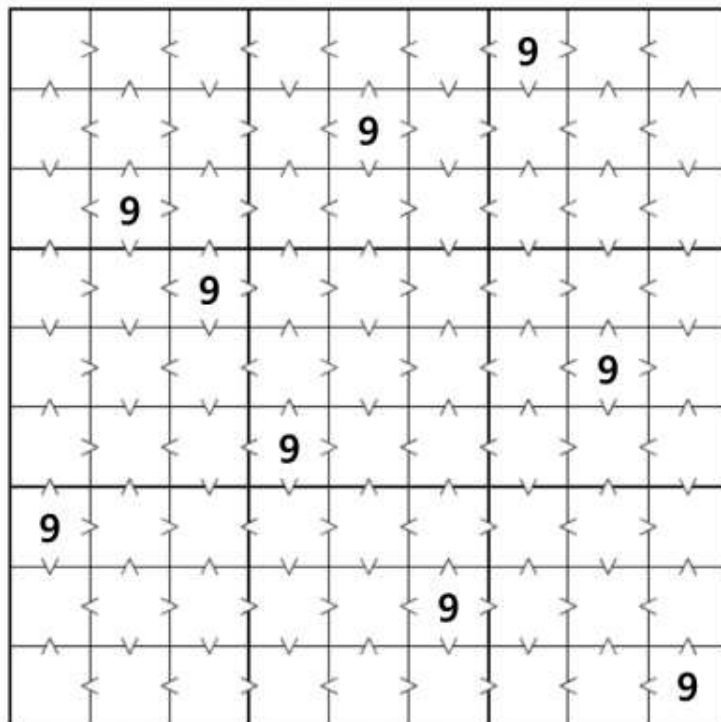


위와 같은 방식을 썼을 때, 9가 들어갈 수 있는 자리는 A와 C가 된다. 둘 중 어느 자리에 9가 들어갈지는 결정할 수 없다. 그럼 먼저 확실히 9가 들어갈 자리만을 결정해보자.

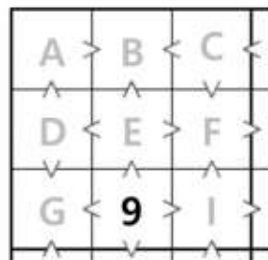




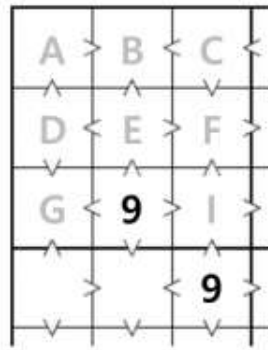
9가 들어갈 수 있는 자리를 O로 표기했다. 그럼 이제 9에 스도쿠의 규칙을 적용해 볼 수 있다. 규칙에 따라 후보지를 소거하고 9를 모두 채워넣으면 다음과 같다.



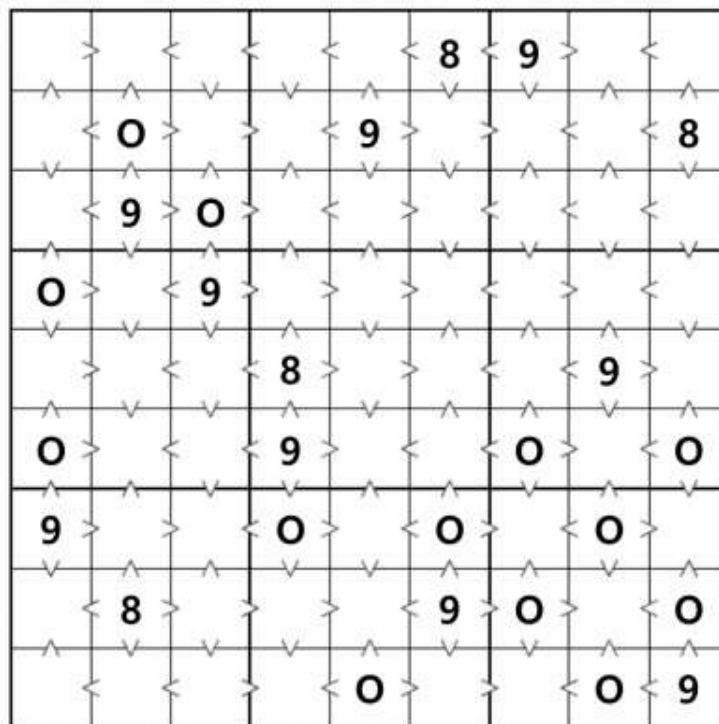
이제 9가 모두 들어갔다. 다시 말해, 더 이상 9가 들어갈 자리는 없다. 이 상태에서 가장 큰 숫자가 들어갈 자리를 찾는다면 8의 자리라고 볼 수 있다. 다만 9를 찾을 때와 달리 주의할 점이 있다면, 이제 9가 채워진 상태이기 때문에 3X3격자 너머의 숫자를 고려해야 한다는 것이다. 예를 들어 다시 왼쪽 위 3X3격자를 보자.



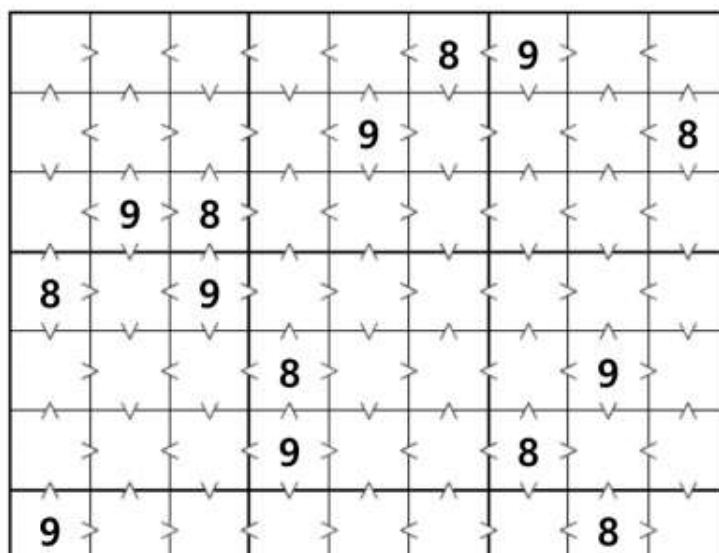
H 자리에 9가 들어있다. 부등호를 보았을 때 8이 들어갈 수 있는 유일한 자리는 E뿐이라고 착각할 수 있다. I 아래의 부등호 때문이다.



그러나 I 아래에 9가 있기 때문에, 부등호와 상관없이 I에도 8이 들어갈 수 있다. 이 점에 주의하며 9를 채울 때와 같은 방식으로 8을 채워 넣을 수 있다. 아래 그림은 확정된 8과 후보수를 모두 채워 넣은 상태이다.



아래 그림은 후보수를 소거하여 8을 대입한 모습이다.



<	>	<	>	<	>	<	>	<	>
	8				9				
>	<	>	<	>	<	>	<	>	<
				8				9	
<	>	<	>	<	>	<	>	<	>

이제 완전히 동일한 방식으로 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1의 순으로 채워 넣으면 된다. 아래 그림은 모두 완성된 모습이다.

5	>	3	<	4	<	6	<	7	<	8	<	9	>	1	<	2
>		>		>		>		>		>		>		>		>
6	<	7	>	2	>	1	<	9	>	5	>	3	<	4	<	8
>		>		>		>		>		>		>		>		>
1	<	9	>	8	>	3	<	4	>	2	<	5	<	6	<	7
>		>		>		>		>		>		>		>		>
8	>	5	<	9	>	7	>	6	>	1	<	4	>	2	<	3
>		>		>		>		>		>		>		>		>
4	>	2	<	6	<	8	>	5	>	3	<	7	<	9	>	1
>		>		>		>		>		>		>		>		>
7	>	1	<	3	<	9	>	2	<	4	<	8	>	5	<	6
>		>		>		>		>		>		>		>		>
9	>	6	>	1	<	5	>	3	<	7	>	2	<	8	>	4
>		>		>		>		>		>		>		>		>
2	<	8	>	7	>	4	>	1	<	9	>	6	>	3	<	5
>		>		>		>		>		>		>		>		>
3	<	4	<	5	>	2	<	8	>	6	>	1	<	7	<	9
>		>		>		>		>		>		>		>		>

중간에 4가 확정되지 않지만, 무시하고 진행하면 된다.