

퍼즐

[12월의 퍼즐 해설] 제곱수 성탄절

2020년 1월 2일

박부성



12월의 퍼즐에 참여해주신 모든 분들께 감사드립니다!

12월의 퍼즐에 참여해주신 분 중 정답과 함께 좋은 풀이를 보내주신 **남수연**님께
HORIZON에서 준비한 선물을 전달드릴 예정입니다.

[12월의 퍼즐 문제 보러가기](#)

이 문제는 Charles W. Tirgg의 책 Mathematical Quickies에서 발췌하였다.

A MERRY XMAS TO ALL의 모든 단어가 제곱수이므로, A로 가능한 값은 1, 4, 9이다. 이제 ALL을 생각해 보면, 제곱수가 되는 경우는 100, 400, 900, 144의 네 가지가 가능하다. 네 경우 모두 각 자리 숫자들의 합이 제곱수가 된다.

XMAS를 생각해 보면, 1296, 1849, 2916, 3249, 4096, 5041, 6241, 7396, 8649, 9216의 열 가지가 가능하고, 이 가운데 각 자리 숫자의 합이 제곱수가 되는 것은 $7 + 3 + 9 + 6 = 25$ 인 7396뿐이다. 따라서 $X = 7, M = 3, A = 9, S = 6$ 이 된다. 그러면 A가 9이므로 L은 0이 된다.

한편, TO가 제곱수이면서 각 자리 숫자들의 합도 제곱수가 되는 경우를 구해 보면 36, 81의 두 가지가 가능한데, 6은 S에서 이미 쓰였으므로, T = 8, O = 1이다.

이제 남은 숫자는 2, 4, 5이고 남은 단어는 MERRY=MERRY이므로, 네 숫자가 모두 다 쓰이고 R에 해당하는 숫자는 두 번 쓰이게 된다. 그러면 $M + E + R + R + Y = 3 + 2 + 4 + 5 + R = 14 + R$ 이므로 이 값이 제곱수가 되려면 R는 2일 수밖에 없다.

3E22Y가 제곱수가 되는 경우를 찾아보면 $185^2 = 34225$ 이므로, 이상의 결과를 정리하면

A	M	E	R	R	Y	X	M	A	S	T	O	A	L	L
9	3	4	2	2	5	7	3	9	6	8	1	9	0	0

이 된다.

다음은 12월의 정답자로 선정된 **남수연**님의 해설입니다.

A MERRY XMAS TO ALL

9 34225 7396 81 900

A=9, M=3, E=4, R=2, Y=5, X=7, S=6, T=8, O=1, L=0

ALL의 경우를 보면 제곱수이면서 각자리수의 합이 제곱수인 경우는 100,144,400,900 이다
만약 ALL이 100,144라면

A=1이 되고 XMAS는 네자리수중에서 십의자리의수가 1이면서 제곱수인

2916 또는 9216이 되어야하는데 두가지 모두 각자리의수의 합이 제곱수가 아니다.

또한 TO는 36이 되어야하는데 4자리수의 두가지경우 모두 $S=6$ 이 되기때문에

TO에서 O=6 과 겹치게 된다.(O=S=6)

ALL이 400이라면

A=4가 되고 XMAS는 네자리수중에 십의자리의수가 4이면서 제곱수인

1849,3249,6241,8649 이 되어야하는데

4가지 모두 각자리의수의 합이 제곱수가 아니다.

ALL이 900이라면

A=9가 되고 XMAS는 네자리수중에 십의자리의수가 9이면서 제곱수인

1296,7396 이 되어야한다.

이중에서 7396만이 $7+3+9+6=25$ 로 각자리수의 합이 제곱수인 유일한 경우이다

ALL=900, XMAS=7396 이면 M=3 이고 MERRY=34225 가 되고 TO=81 이 되어서 모든 조건을 만족하게 된다.