

퍼즐

[9월의 퍼즐 해설] 용왕을 배치하려면

2020년 9월 29일

박부성



9월의 퍼즐에 참여해주신 모든 분들께 감사드립니다!

9월의 퍼즐에 참여해주신 분 중 정답과 함께 좋은 풀이를 보내주신 **김동힐**님께
HORIZON에서 준비한 선물을 전달드릴 예정입니다.

[9월의 퍼즐 문제 보러가기](#)

이 문제는 더그 채텀^{Doug Chatham}의 논문 "Reflections on the $n + k$ dragon kings problem"을 참고하였다. 이 논문은 $n \times n$ 격자에 k 개의 보병과 $n + k$ 개의 용왕을 배치하는 방법을 다루고 있다. 이번 호의 문제는 $9 + 4$ dragon kings problem에 해당하고, 가능한 모든 경우를 다 세어 보면 48374가지 경우가 있다. 이 가운데 90도 회전해서 같아지는 배치를 채텀^{Chatham}은 doubly centrosymmetric solution이라 불렀다.

다음은 90도 돌려도 같아지는 배치이면서 어느 두 용왕도 서로를 공격하지 못하는 한 예이다. 대칭성을 고려하면 아래 예와 다른 풀이가 세 종류 더 존재한다.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
		龍王							a
						龍王			b
	龍王	歩兵	龍王			歩兵		龍王	c
						龍王			d
									e
		龍王							f
龍王		歩兵			龍王	歩兵	龍王		g
		龍王							h
						龍王			i

90도 회전 대칭인 경우는 $9 + 4$ 가 용왕을 배치할 수 있는 최대 개수이며, 90도 회전 대칭이 아닌 경우라면 최대 $9 + 5$ 개의 용왕을 3540가지 방법으로 배치할 수 있다. 다음은 보병 5개, 용왕 14개를 배치한 것으로, 이 배치는 180도 대칭을 이룬다.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
			龍王						a
						龍王			b
		龍王			歩兵		龍王		c
龍王		歩兵		龍王					d
		龍王		歩兵		龍王			e
				龍王		歩兵		龍王	f
	龍王		歩兵			龍王			g
			龍王						h
						龍王			i

다음은 9월의 정답자로 선정된 **김등힐**님의 해설입니다.

보병기물을 O이라고 하고 용왕기물을 X이라고 합니다.

보병기물은 총 4개이고, 용왕기물은 13개입니다.

다음 표를 기물판이라고 생각하고 시작합니다.

				a				

먼저 정 가운데 부분 a부분은 90도 회전하여도 늘 같은 위치입니다.

그와 달리 녹색으로 칠한 부분은 90도 회전시 다른 연두색 부분으로 위치가 변환되게 되어 있습니다.

파란색부분 역시 연두색부분과 동일합니다.

그렇기 때문에 저 파란색과 녹색부분은 기물을 하나 둘 경우 그와 대응되는 위치에 각각 하나씩 더 두어야 하기 때문에 하나를 둘 때마다 그와 대응되는 3개의 위치에 둘 기물이 3개나 더 필요하게 됩니다.

따라서 저 위치에 두려면 기물이 4의 배수여야 하는데 용왕기물은 13개이므로 1개가 더 많습니다.

이 하나를 정중앙 a의 위치에 두게 됩니다.

			X					
						X		
				X				
		X						
					X			

(붉은 부분은 정 중앙의 용왕기물에 의해 공격받는 부분들입니다.)

이제 본격적으로 보병기물과 용왕기물을 설치해야하는데 특징이 두가지가 있습니다.

첫 번째는 중앙을 기준으로 대각선 위치에 두는 용왕기물들은 90도 회전시켰을 때 자기 자신을 공격하게끔 위치가 형성됩니다.

가로, 세로부분에 용왕기물을 두면 당연히 중앙기물에 공격을 받게 됩니다.

두 번째는 정중앙을 (0,0)이라는 좌표평면으로 생각하고 가로(오른쪽으로 갈 때), 세로(위쪽으로 갈 때) 칸을 각각 (0,1),(1,0)씩 커진다고 할 경우 위와 같이 (2,1)지점에 둔다면 x좌표가 1과 2인 칸, y좌표가 1과 2인 칸은 모두 공격진로가 된다는 것을 볼 수 있습니다.

처 번째 트지가 드 번째 트지로 조하하여 번째 1까지 12개이 요왕기물로 설치할 때 자기자

자 이제 두 번째 단계 두 번째 단계를 진행할 준비가 되면 이번 단계는 중앙기물을 본자리 세 가지의
 신을 공격하지 않으면서 다른 용왕기물을 공격하지 않게끔 배치하는 방법이 없다는 것을 볼
 수 있습니다.

즉 보병기물을 그 사이에 사용해야만 이 배치가 가능하다는 것을 볼 수 있습니다.

						X		
	X	O	X			O		
						X		
				X				
		X						
		O			X	O	X	
		X						

(붉은 부분은 용왕기물의 공격진로)

위 표와 같이 보병기물을 넣어서 공격진로를 막으면 다른 칸에서도 역시 대칭되어 공격진로를
 막게됩니다.

자 이제 마지막으로 공격진로가 아닌 부분이면서 자기 자신을 공격하는 칸(중앙기준으로 가
 로,세로,대각선)을 찾아서 배치를 해주면

		X						
						X		
	X	O	X			O		X
						X		
				X				
		X						
X		O			X	O	X	
		X						
						X		

이렇게 완성이 됩니다.