

퍼즐

[11월의 퍼즐 해설] 회문수의 합

2020년 12월 1일

박부성



11월의 퍼즐에 참여해주신 모든 분들께 감사드립니다!

11월의 퍼즐에 참여해주신 분 중 정답과 함께 좋은 풀이를 보내주신 **김운기**님께
HORIZON에서 준비한 선물을 전달드릴 예정입니다.

[11월의 퍼즐 문제 보러가기](#)

다음과 같이 회문수 두 개의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{array}{r} 3 \ 1 \ 1 \ 9 \ 1 \ 2 \ 1 \ 9 \ 1 \ 1 \ 3 \\ + \quad \quad \quad 2 \ 2 \ 4 \ 7 \ 0 \ 7 \ 4 \ 2 \ 2 \\ \hline 3 \ 1 \ 4 \ 1 \ 5 \ 9 \ 2 \ 6 \ 5 \ 3 \ 5 \end{array}$$

일반적으로 g 가 5보다 크거나 같은 자연수일 때, 임의의 자연수는 g 진법 회문수 세 개의 합으로 나타낼 수 있다는 사실이 증명되어 있다. 이 증명과 회문수를 찾는 알고리즘은 Cilleuelo, Luca, Baxter의 논문 Every positive integer is a sum of three palindromes를 참고하라. 다음은 이 논문의 알고리즘을 이용하여 문제의 수를 회문수 세 개의 합으로 나타낸 것이다.

$$\begin{array}{r}
 3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 3 \\
 1 \ 3 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 3 \ 1 \\
 + \quad \quad 1 \ 0 \ 4 \ 5 \ 2 \ 5 \ 4 \ 0 \ 1 \\
 \hline
 3 \ 1 \ 4 \ 1 \ 5 \ 9 \ 2 \ 6 \ 5 \ 3 \ 5
 \end{array}$$

다음은 11월의 정답자로 선정된 **김운기**님의 해설입니다.

회문수의 특징

1. 열한자리수 (99,999,999,999~10,000,000,001)

- 1) 중앙수(십만자리)가 0이 아닌 경우 일십만씩 차이가 난다. 99,999,999,999 → 99,999,899,999
- 2) 중앙수(십만자리)가 0이면 일십일만씩 차이가 난다. 99,999,099,999 → 99,998,989,999

2. 열자리수 (9,999,999,999~1,000,000,001)

- 1) 중앙수(십만~만자리)가 00이 아닌 경우 일십일만씩 차이가 난다. 9,999,999,999 → 9,999,889,999
- 2) 중앙수(십만~만자리)가 00이면 일만일천씩 차이가 난다. 9,999,009,999 → 9,998,998,999

3. 아홉자리수 (999,999,999~100,000,001)

- 1) 중앙수(십만자리)가 0이 아닌 경우 일만씩 차이가 난다. 999,999,999 → 999,989,999
- 2) 중앙수(십만자리)가 0이면 일만일천씩 차이가 난다. 999,909,999 → 999,898,999

4. 여덟자리수 (99,999,999~10,000,001)

- 1) 중앙수(십만~만자리)가 00이 아닌 경우 일만일천씩 차이가 난다. 99,999,999 → 99,988,999
- 2) 중앙수(십만~만자리)가 00이면 일천일백씩 차이가 난다. 99,900,999 → 9,989,9899

5. 일곱자리수 (9,999,999~1,000,001) ~ 11. 한자리수 (9~1) 까지 위의 일정한 규칙을 두는 것을 알 수 있다.

정리하면

	회문수의 자릿수가 홀수인 경우	회문수의 자릿수가 짝수인 경우
중앙에 있는 수가 0(회문수의 자릿수가 홀수)이거나, 00(회문수의 자릿수가 짝수)인 경우	<p>중앙에 있는 수를 기준으로 1.1씩 차이가 난다.</p> <p>예1) 열한자리 수 99,999,099,999 →99,999,099,999 - 110,000=99,998,989,999</p> <p>예2) 아홉자리 수 999,909,999 →999,909,999 - 11,000=999,898,999</p>	<p>중앙에 있는 수를 기준으로 1.1씩 차이가 난다.</p> <p>예3) 열자리수 9,999,009,999 →9,999,009,999 - 11,000=9,998,998,999</p> <p>예4) 여덟자리수 99,900,999 → 99,900,999 - 1,100=9,989,9899</p>
중앙에 있는 수가 0(회문수의 자릿수가 홀수)이 아니거나, 00(회문수의 자릿수가 짝수)이 아닌 경우	<p>중앙에 있는 수를 기준으로 1씩 차이가 난다.</p> <p>예5) 열한자리수 99,999,999,999 →99,999,999,999 - 100,000=99,999,899,999</p> <p>예6) 아홉자리수 999,999,999 →999,999,999 - 10,000=999,989,999</p>	<p>중앙에 있는 수를 기준으로 11씩 차이가 난다.</p> <p>예7) 열자리수 9,999,999,999 →9,999,999,999 - 110,000=9,999,889,999</p> <p>예8) 여덟자리수 99,999,999 →99,999,999 - 11,000=99,988,999</p>

따라서 위의 특징을 토대로 주어진 열한 자리 수 31415926535보다 작은 최대 회문수인 31415851413을 기준으로 엑셀 프로그램을 이용하여 간단한 함수를 짜서 계산과 회문수 여부를 판별하게 하여보았습니다.

	B	E	H	K	N	Q	R	S	V	Y	AB	AE	AH	AI
1	31,415,926,535	T	T	T	T	T			T	T	T	T	T	
2248	31,191,219,113	T	T	T	T	T	회문수	224,707,422	T	T	T	T	T	회문수
36720	27,744,044,772	T	T	T	T	T	회문수	3,671,881,763	T	T	T	T	T	회문수
36721	27,743,934,772	T	T	T	T	T	회문수	3,671,991,763	T	T	T	T	T	회문수

	B	E	H	K	N	Q	R	S	V	Y	AB	AE	AH	AI
1	31,415,926,535	T	T	T	T	T			T	T	T	T	T	
63282	3,671,991,763	T	T	T	T	T	회문수	27,743,934,772	T	T	T	T	T	회문수
63283	3,671,881,763	T	T	T	T	T	회문수	27,744,044,772	T	T	T	T	T	회문수

	B	E	H	K	N	Q	R	S	V	Y	AB	AE	AH	AI
1	31,415,926,535	T	T	T	T	T			T	T	T	T	T	
77531	224,707,422	T	T	T	T	T	회문수	31,191,219,113	T	T	T	T	T	회문수
90002														

계산 결과 열한 자리 수 31415926535를 두 개의 회문수의 합으로 나타낼 수 있는 수는 세가지가 있습니다.

① $31415926535 = 31191219113 + 224707422$

② $31415926535 = 27744044772 + 3671881763$

③ $31415926535 = 27743934772 + 3671991763$

※ 참고로 열한 자리 수 31415926535를 세 개의 회문수의 합으로 나타내면,

①: $31415926535 = 21001010012 + 9988118899 + 426797624$

②: $31415926535 = 31415551413 + 365563 + 9559$

.....

세 개의 회문수의 합은 이 외에도 많은 답이 존재 합니다.

