

퍼즐

[4월의 퍼즐 해설] 두 배로 키워주는 짝

2021년 5월 3일

박부성



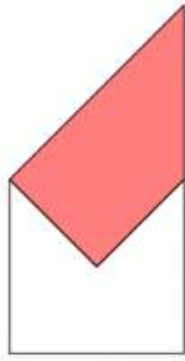
4월의 퍼즐에 참여해주신 모든 분들께 감사드립니다!

4월의 퍼즐에 참여해주신 분 중 정답과 함께 좋은 풀이를 보내주신 **강성훈**님께
HORIZON에서 준비한 선물을 전달드릴 예정입니다.

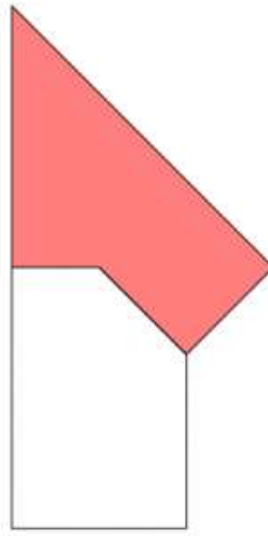
[4월의 퍼즐 문제 보러가기](#)

이 문제는 일본의 퍼즐 작가 미요시 준이치(三好 潤)의 2017년 작품 X math puzzle이었다. 1번과 2번은 미요시가 공개한 것이고, 3번과 4번은 필자가 만들어 본 문제이다.

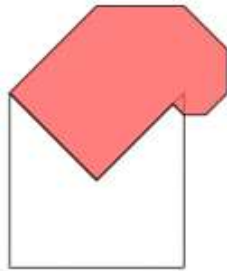
(1)



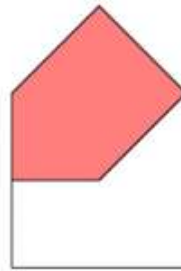
(2)



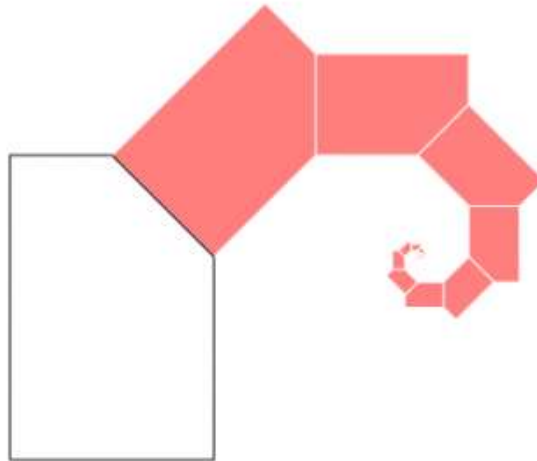
(3)



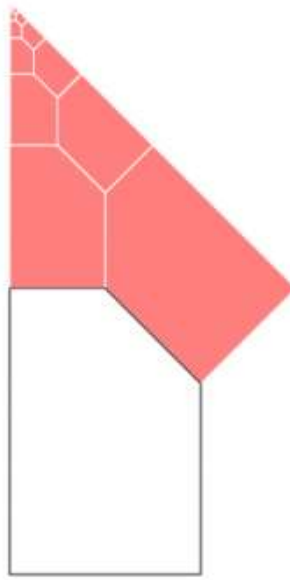
(4)



이 문제의 간단하지 않은 답으로 프랙탈 도형을 생각할 수 있다. 예를 들어, 2번 문제는 주어진 도형을 일정한 비율로 줄이면서 일정한 규칙에 따라 붙여서 다음과 같은 도형을 만들 수 있다.



위치를 바꾸어 다음 그림과 같은 풀이도 생각할 수 있는데, 이렇게 만들면 최종적으로는 위에서 제시한 풀이와 같은 답이 된다. 이 문제의 간단한 답을 찾는 한 가지 요령이라 할 수 있다.

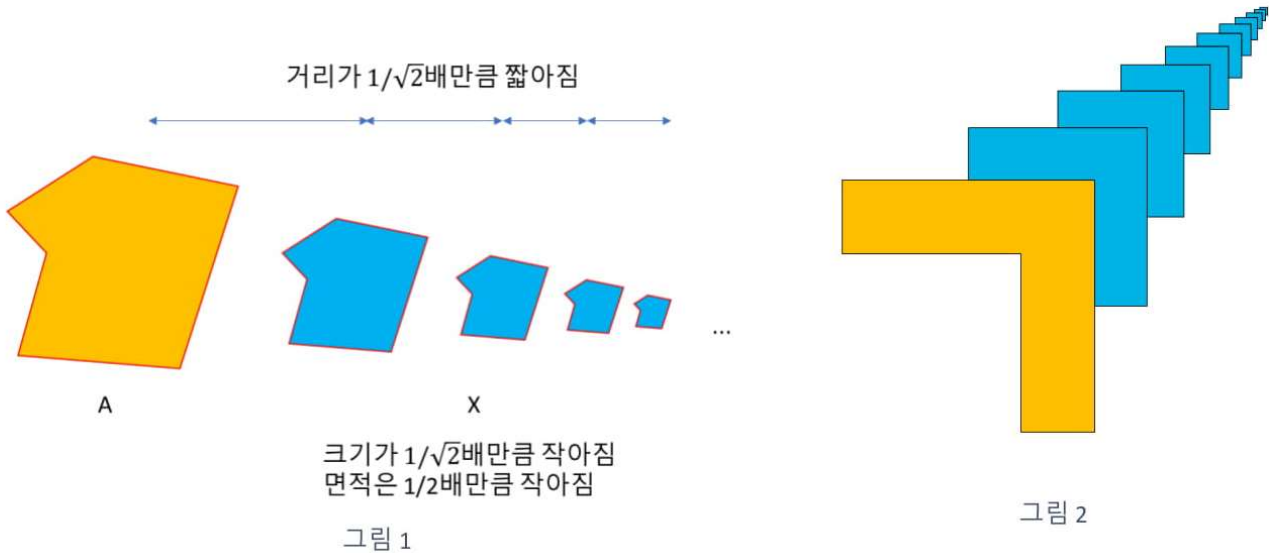


다음은 3월의 정답자로 선정된 **강성훈**님의 해설입니다.

Horizon 4월의 퍼즐 – 두 배로 키워주는 짝

풀이: 강성훈

주어진 도형 A에 대해, 합쳤을 때 전체 모양이 자신과 닮았으면서 면적이 두 배가 되는 도형 X를 찾는 문제이다. 사실 도형이 하나의 폐곡선일 필요가 없고 변 개수가 무한해도 된다면, 임의의 도형에 대해 그림 1처럼 답을 찾을 수 있다.



도형이 폐곡선이야 하되 변 개수는 무한해도 된다면 그림 2처럼 어디든 붙이면 된다. 단, 반복하는 과정 중에 겹치는 영역은 없어야 한다. 하지만 이왕이면 변 개수도 유한하게 만들 수 있다면 더 아름다운 답이 될 것이다. 예제로 나온 Γ 자 도형의 경우 다음 과정을 통해 X를 찾을 수 있다.

- 1) 도형 A를 $1/\sqrt{2}$ 배만큼 줄인 도형은 X에 포함되어야 한다. 도형 A를 $1/\sqrt{2}$ 배만큼 줄이고 X1이라 이름 붙인 후, A의 적절한 위치에 붙인다. 필요할 경우 회전시킬 수 있다.
- 2) A+X1 도형을 $1/\sqrt{2}$ 배만큼 줄인 도형은 X에 포함되어야 한다. 그런데 X1은 이미 A를 $1/\sqrt{2}$ 배만큼 줄인 도형이므로, A를 $1/2$ 배만큼 줄인 도형을 X2라 이름 붙이고 도형 A+X1에 붙인다.
- 3) A+X1+X2 도형을 $1/\sqrt{2}$ 배만큼 줄인 도형은 X에 포함되어야 한다. 그런데 X1은 이미 A를 $1/\sqrt{2}$ 배만큼 줄인 도형이고 X2는 이미 A를 $(1/\sqrt{2})^2$ 배만큼 줄인 도형이므로, 이번에는 A를 $(1/\sqrt{2})^3$ 배만큼 줄인 도형을 X3라 이름 붙이고 도형 A+X1+X2에 붙인다.
- 4) 이 과정을 반복한다. 단, 연속적으로 합쳐지는 도형은 닮아야 하므로, 회전이나 평행이동은 반복적이어야 한다.

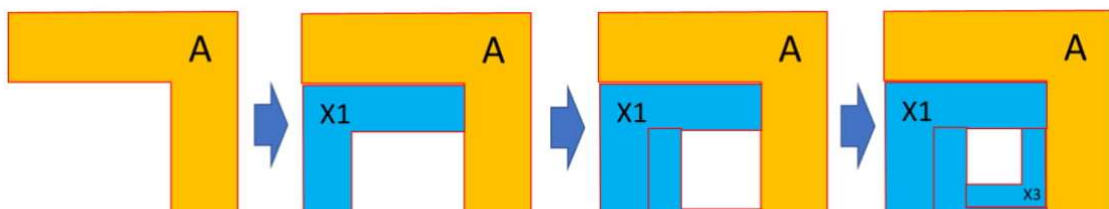




그림 3

이 과정을 통해 γ 자 도형에 대한 도형 x 를 그림 3처럼 찾을 수 있다. 단, 변 개수가 유한하려면 A 에 도형을 붙일 때 A 의 선분이 연장되는 방식으로 붙거나 작아지는 도형들이 한 점으로 수렴하는 형태가 되어야 한다. 이 과정을 통해 문제에 주어진 1-4번을 풀 결과는 그림 4-7과 같다. 1, 2번은 45도, -45도 회전을 번갈아 반복한다. 2번은 대칭변환도 필요하다.

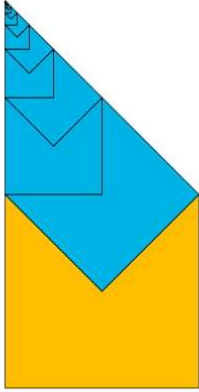


그림 4: 문제 (1)

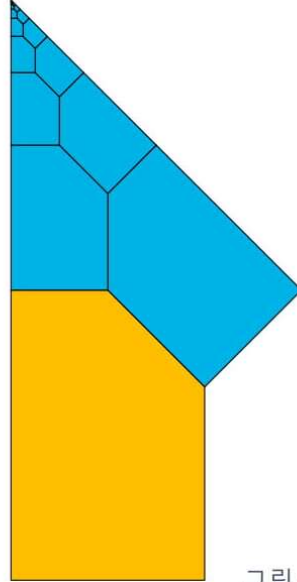


그림 5: 문제 (2)

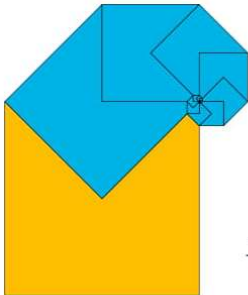


그림 6: 문제 (4)

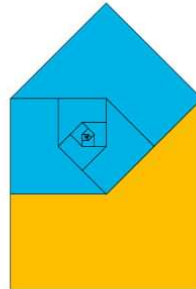


그림 7: 문제 (3)