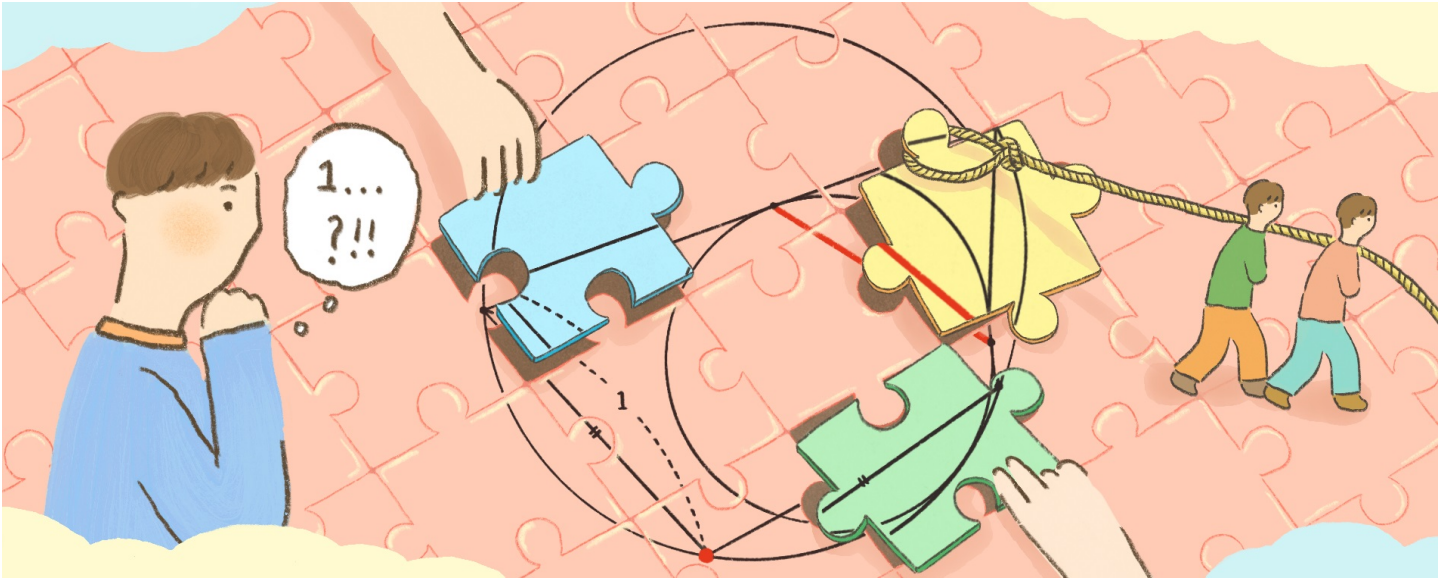


퍼즐

# [3월의 퍼즐] 정보가 부족해 보이는 퍼즐

2022년 3월 2일

조정휘

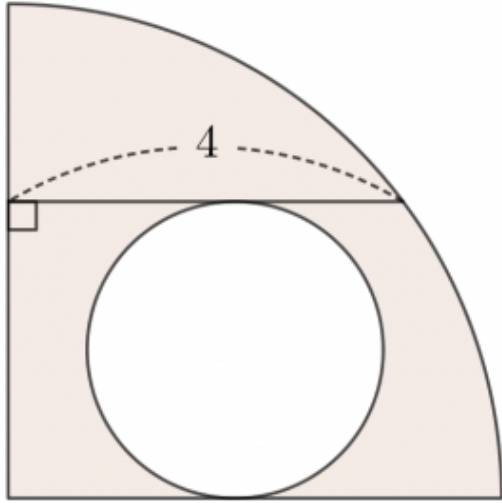


---

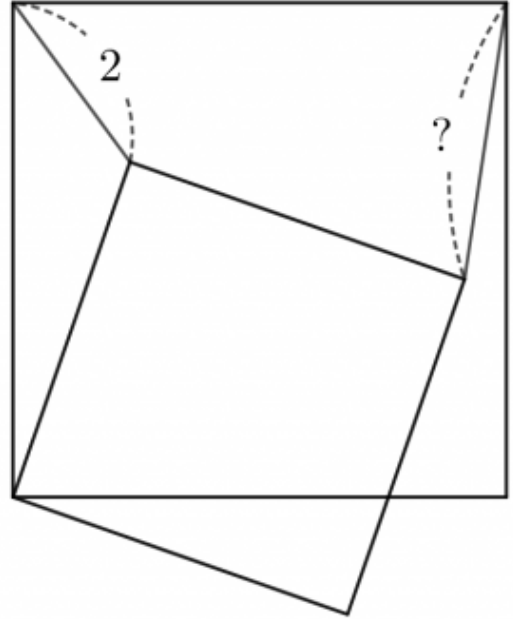
매월 정답자 한 분을 선정하여 고등과학원에서 소정의 상품을 드릴 예정입니다.  
퍼즐 참여는 3월 27일까지 가능하며 다음달 초 해설과 함께 정답자가 공개됩니다.  
(답안과 함께 이름, **연락처**를 남겨주셔야 정답자 선정 연락이 가능합니다!)

---

사람들에게 “퍼즐이란 무엇인가” 하고 질문을 던지면 수많은 다양한 답이 나오겠지만, 아마 “주어진 조건을 만족하는 답을 찾는 정신적 유희 과정” 정도의 정의면 많은 이들을 납득시킬 수 있을 것이다. 하지만 종종, 인터넷 세상 등지에서 만날 수 있는 다음과 같은 퍼즐들은 더욱 근본적인 물음을 자아내기도 한다.



= ?



바로 '애초에 퍼즐이 제대로 성립이 되는지'에 대한 의문이다. 얼핏 보기에는 문제가 잘 정의되지 않았거나, 답이 한 가지가 아니거나 할 것만 같아 보인다. 물론 왼쪽의 그림에서 부채꼴의 중심각이 안 그려져 있어서 사분원이라고 확신할 수 없거나, 오른쪽의 두 사각형이 각각 정사각형이라고 확신할 수 없다는 그런 종류의 모호함이 아니다. 암묵적으로 이들을 사실로 받아들인다 해도 답에 접근하기에 충분한 만큼의 정보가 주어져 있지 않다는 인상이 강하게 든다.

하지만 재미있게도, 주어진 정보만으로 충분히 해결이 가능한 퍼즐들이다. 왼쪽에서 사분원의 크기가 전체적으로 변하거나 내부의 원의 위치가 좌우로 달라지는 등 그림이 세부적으로 달라질 수는 있지만 색칠된 영역의 크기는 항상 일정하게 나온다. 오른쪽 그림의 경우도 마찬가지다. 두 정사각형의 크기는 얼마든지 달라질 수 있지만 그림에도 불구하고 ?로 표시된 선분의 길이는 항상 같게 나온다. 퍼즐 제작자가 미리 수학적인 장치를 잘 해 놓은 것이다. 그리 어렵지 않으니 관심 있는 독자는 한번 직접 답을 구해 보길 권한다.

KPP의 두 번째 타자로 HORIZON에 퍼즐을 기고하게 된 필자는 이러한 퍼즐들에 주목했다. 한 번쯤은, 문제와 풀이를 넘어서 문제의 존재 자체가 놀라움을 간직하고 있는 이런 경우들을 조명해 보는 것도 좋겠다는 생각이 들었다. 이러한 예 중 유명한 것들을 조금 더 살펴보자.

## 1. 지구를 감는 줄 String girdling Earth

첫 번째는 아주 고전적인 예로, 이미 들어본 독자도 많으리라고 생각한다.

“완벽한 구 모양 지구의 적도를 한 바퀴 실로 팽팽하게 감았다. 이 실을 모든 곳에서 공중에 1미터만큼 띄우려면, 실은 얼마만큼 길어져야 할까?”

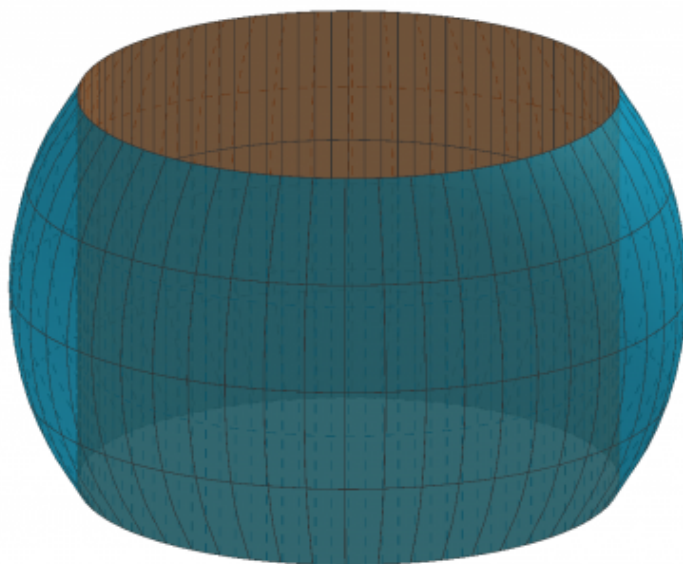
이 퍼즐을 푸는 데 있어서 사실 지구의 크기를 알 필요가 없다. 원래 실이 그리고 있던 원에서 반지름이 1미터 만큼만 증가하면 되므로, 지구의 반지름을  $R$ 미터라고 할 때 필요한 실은

$$2\pi(R + 1) - 2\pi R = 2\pi(\text{미터})$$

만큼이다. 지구의 크기와 상관이 없다는 점도 재미있지만, 이 문제를 사람들에게 물어보면 짐작으로 수십 킬로미터가량은 필요할 것 같다고 생각한다는 점 또한 재미있다.

## 2. 냅킨 고리 문제 Napkin ring problem

두 번째는 어쩌면 이러한 유명한 것 중 가장 비직관적인 예일 것이다. 다음과 같이, 구의 내부를 원기둥 모양으로 잘라낸 모양을 생각하자. 여기서 원기둥의 회전축은 구의 중심을 지난다.



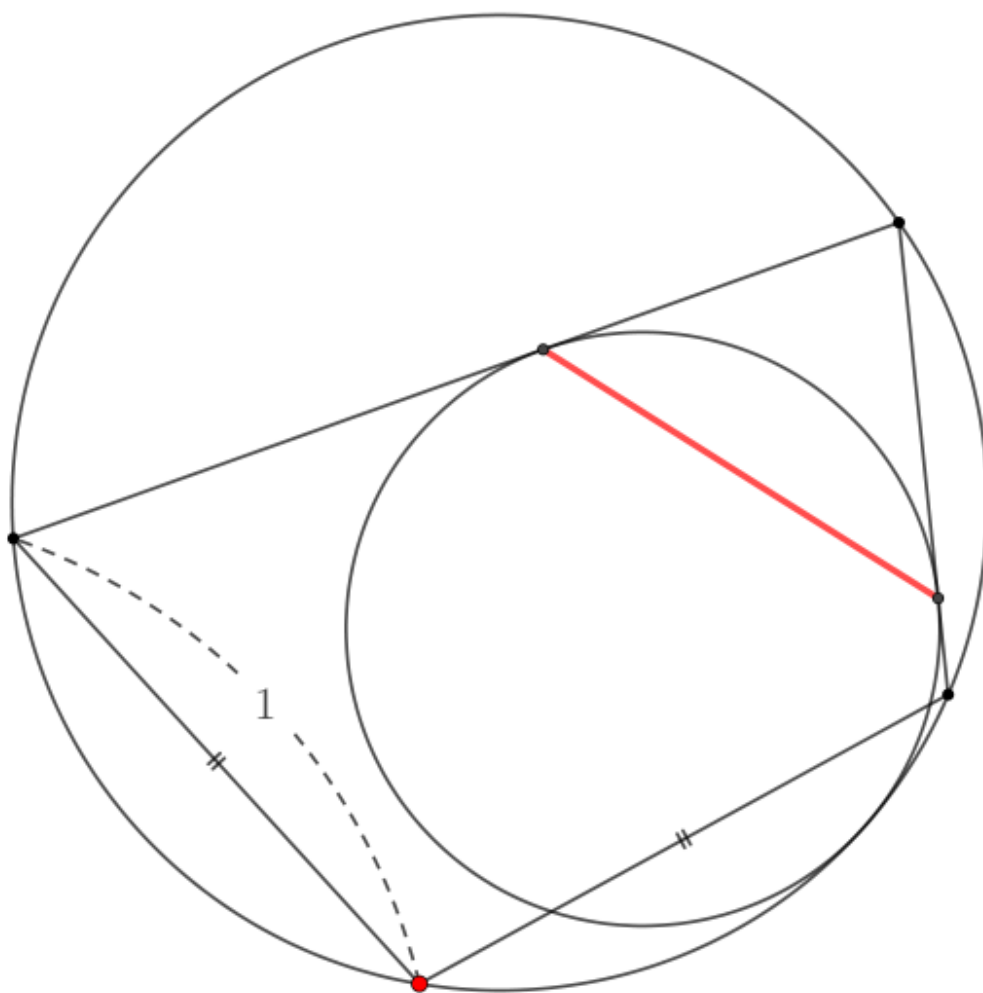
이 회전체의 높이를  $h$ 라고 하자. 그러면 부피는 얼마일까?

제대로 물어본 것이 맞다. 이 고리의 부피는 정말 놀랍게도 높이  $h$ 에 따라 하나로 결정된다. 조금 복잡한 계산을 거치면 부피가

$$V = \frac{\pi h^3}{6}$$

로 계산된다는 것을 보일 수 있다. 회전체의 부피를 구하는 것에 익숙한 독자라면 직접 구해 보는 것도 좋을 것이다.

마지막으로 소개할, 이번 달의 퍼즐은 필자가 직접 제작한 퍼즐이다. 주제와 맞도록 정보가 한참 부족해 보이는 듯한 문제를 만들어 봤다.



여기서 빨간 점과 빨간 선분 사이의 거리가 얼마일까?

주어진 숫자가 하나밖에 없지만 원하는 것은 잘 계산이 된다. 답과 함께, 왜 그 답이 일정한지 또한 논리적으로 제시해 보자.