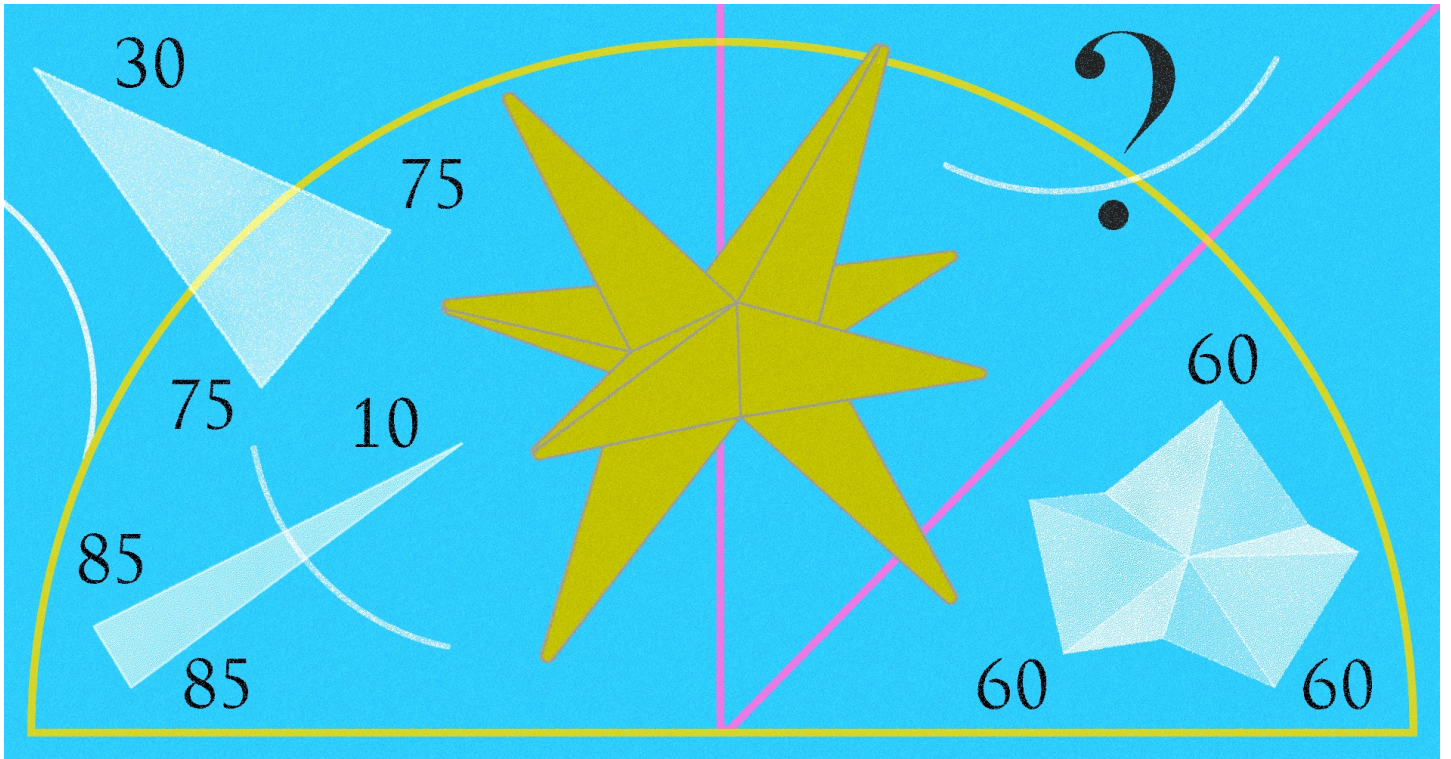


퍼즐

[2월의 퍼즐 해설] 뾰족한 별팔면체의 전개도

2022년 3월 2일

이충명

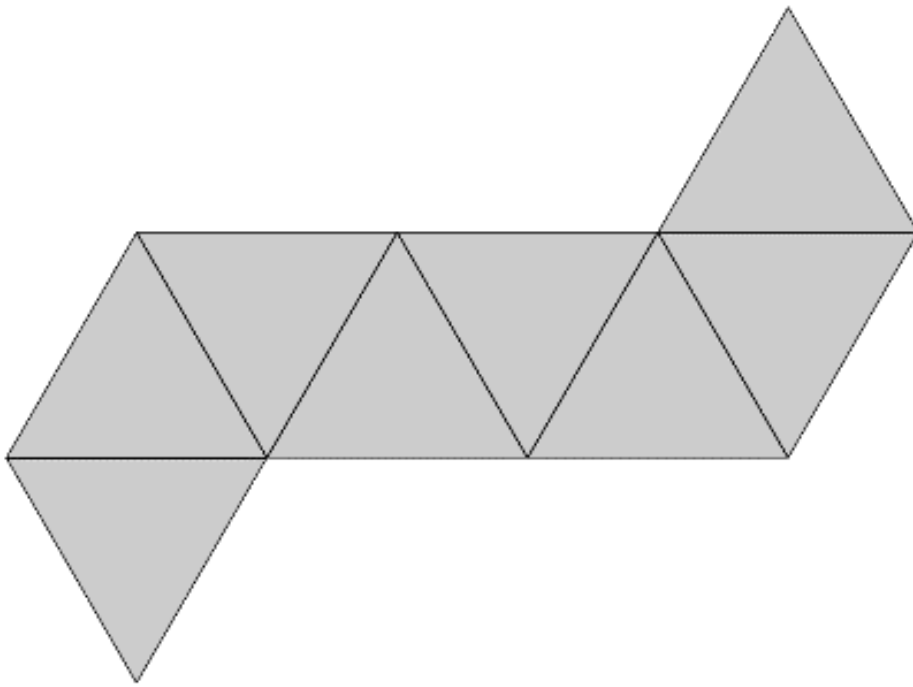


2월의 퍼즐에 참여해주신 모든 분들께 감사드립니다!

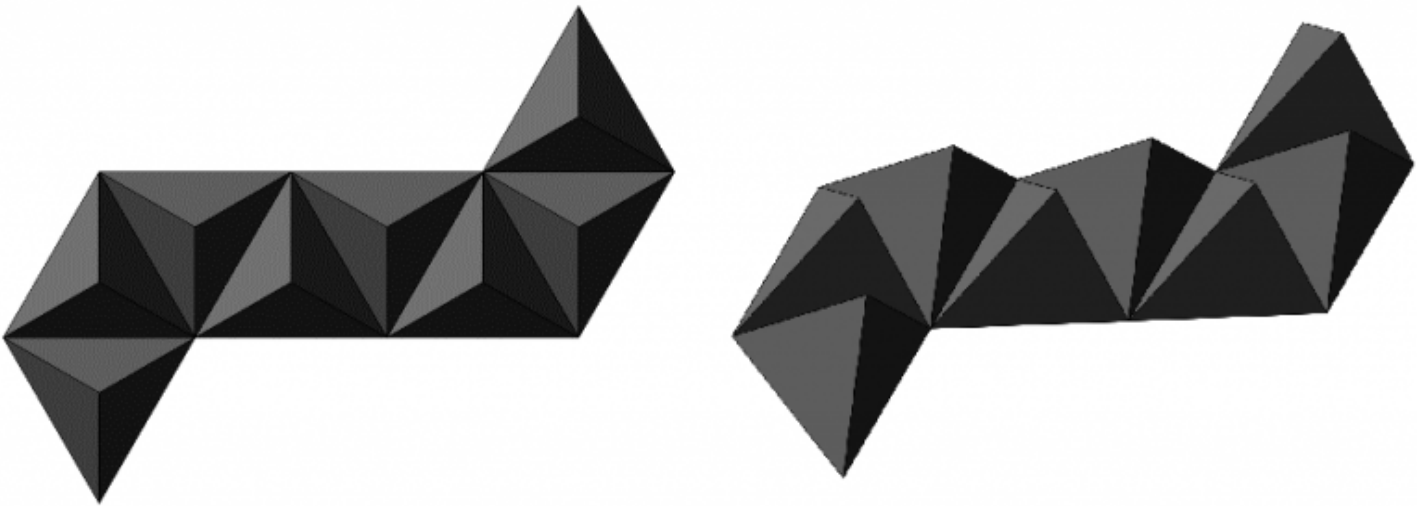
2월의 퍼즐에 참여해주신 분 중 정답과 함께 좋은 풀이를 보내주신 조강진님께
HORIZON에서 준비한 선물을 전달드릴 예정입니다.

[2월의 퍼즐 문제 보러가기](#)

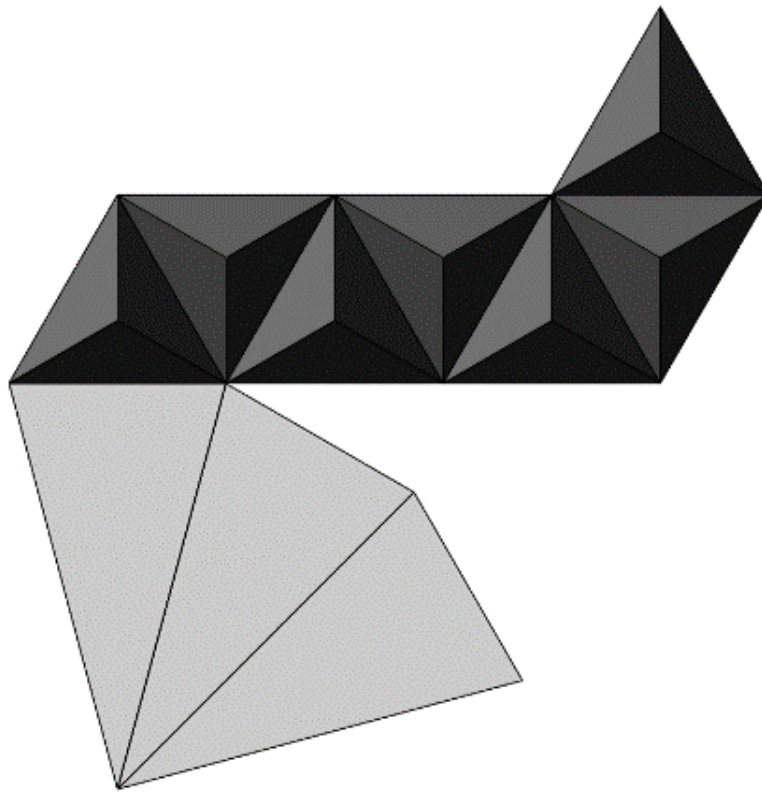
쉽게 생각하기 위해 정팔면체를 펼쳐 전개도를 그린 후, 전개도의 각 정삼각형 위에 삼각뿔을 붙인 다음, 다시 그것을 펼쳐서 최종 전개도를 얻는 식으로 접근해 보자. 먼저 아무 정팔면체의 전개도를 가져오자.



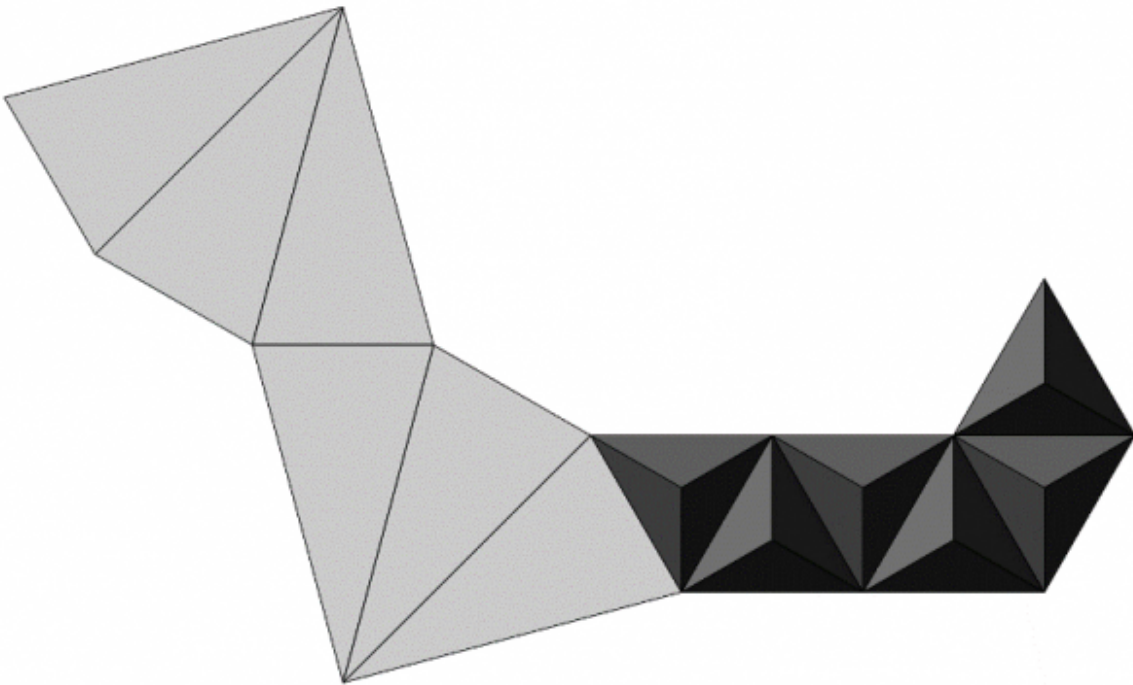
그리고 각 정삼각형을 밑면이 없는 삼각뿔로 치환하면 아래와 같이 된다. 이 도형은 뾰족한 별팔면체를 부분적으로 펼친 것이다. 위에서 바라보면 왼쪽, 살짝 옆에서 바라보면 오른쪽 그림과 같이 보인다.



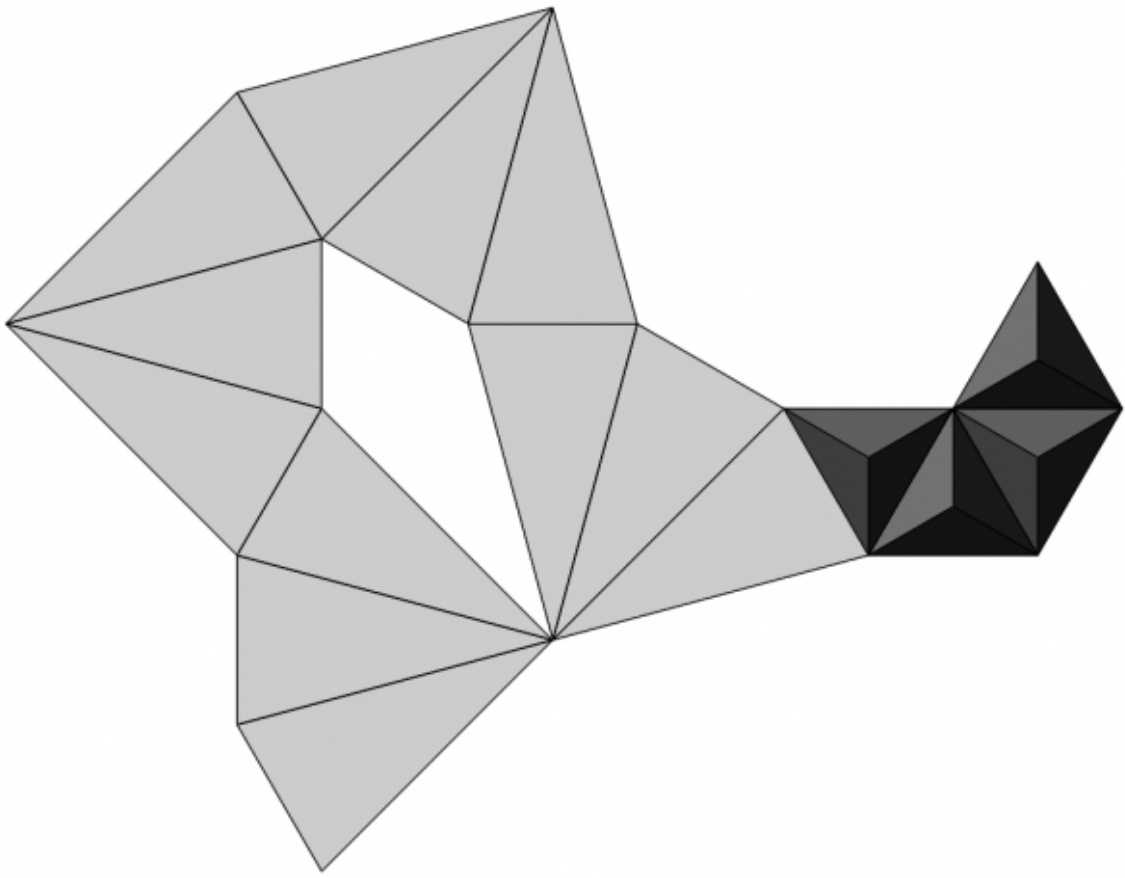
왼쪽 아래의 삼각뿔 한 개만 펼쳐 보자. 세 가지 방법으로 펼칠 수 있겠으나 예를 들어 보겠다.



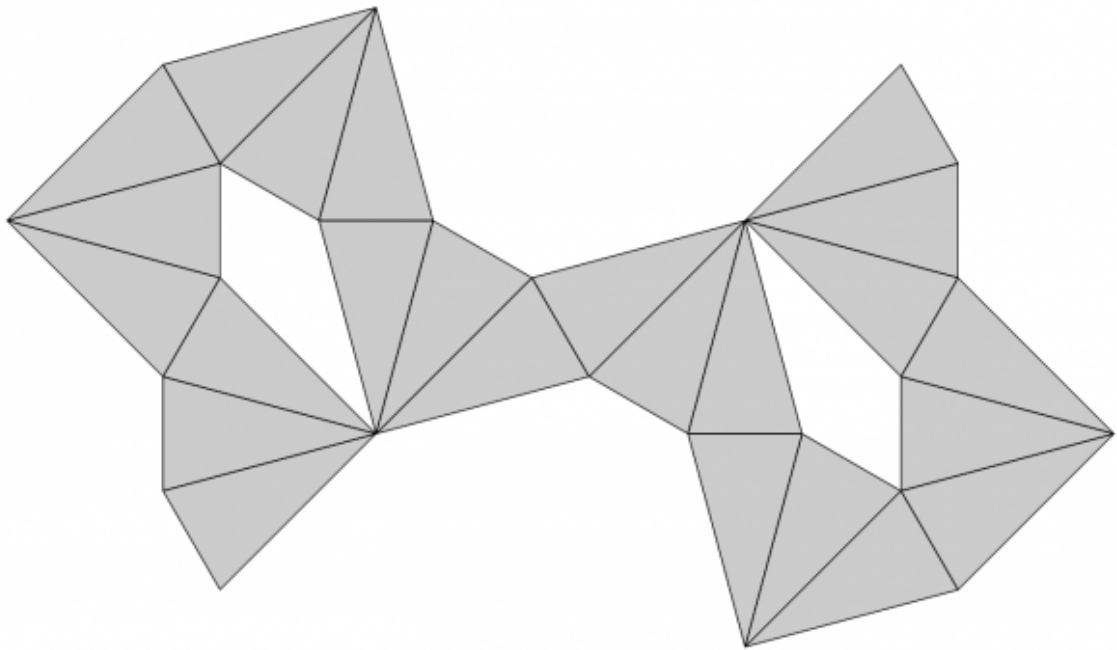
삼각뿔을 펼쳐서 부채꼴이 되었다. 하나를 더 펼쳐 보자. 이것도 물론 세 가지 방법으로 펼칠 수 있지만 예를 들어 보겠다.



이렇게 8개의 삼각뿔을 하나하나 펼치면 부채꼴 8개가 서로 밑면을 맞대고 붙어 있는 모양의 전개도가 될 것이고, 그 전개도가 자기 자신과 겹치지 않으면 정답이다. 2개를 더 펼쳐 보자.



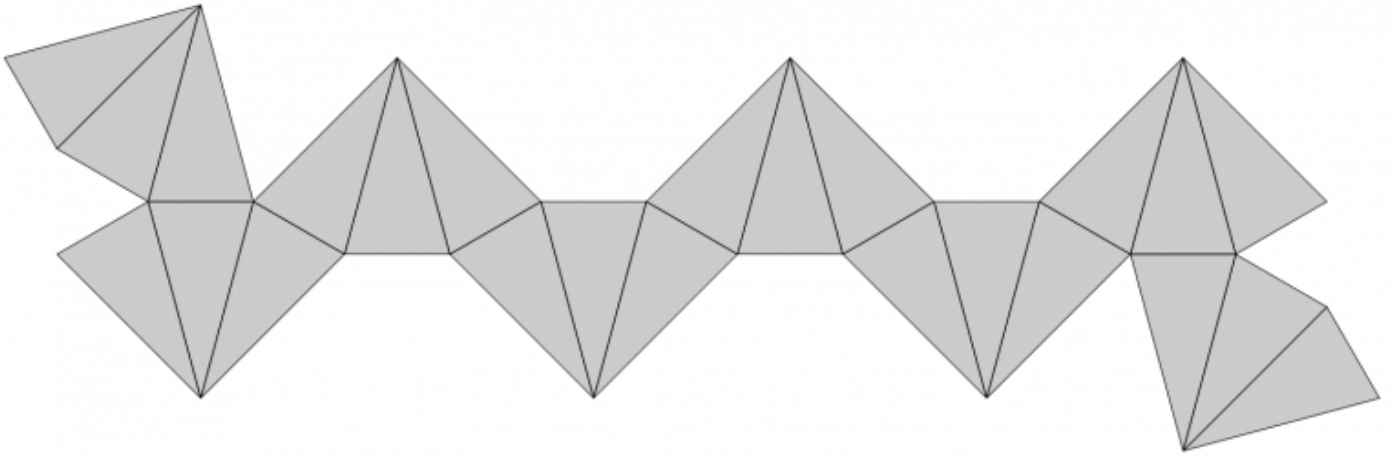
전개도가 자기 자신과 한 점에서 정확히 맞닿는 것을 볼 수 있다. 나머지는 대칭적으로 펼치면 된다.



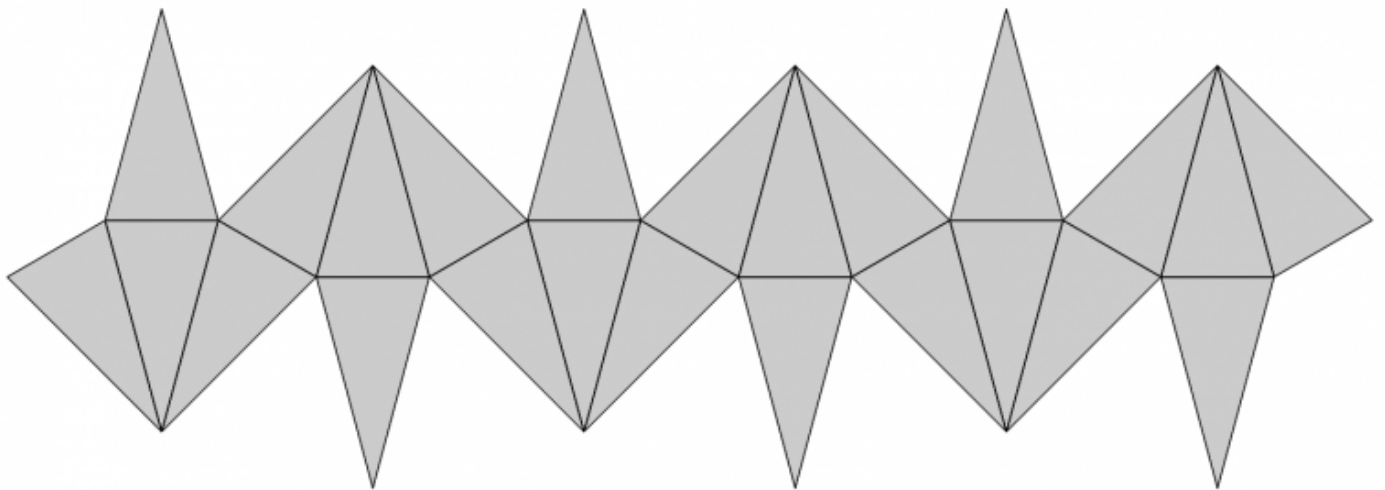
물론 처음에 선택한 정팔면체의 전개도와 그것을 펼치는 방법에 따라 다른 답도 많이 존재한다.

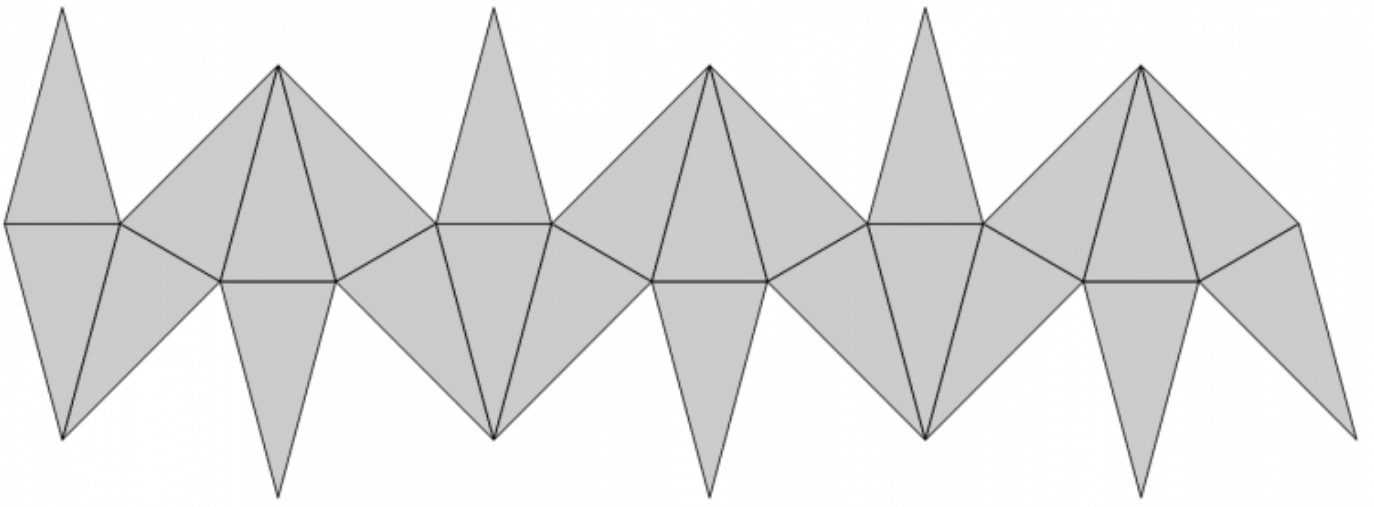
보너스 퀴즈: 더 빠른 별팔면체의 전개도

위 전개도는 이등변삼각형의 꼭짓각이 30도 미만이면, 즉 별팔면체가 더 뾰족해지면 자기 자신과 겹치게 된다. 이 문제를 해결하는 데에는 여러 가지 방법이 있겠으나, 앞서 구한 정답을 조금 변형하여 만드는 것이 가장 간단한 방법일 것이다. (앞에서 구한 전개도의 모양에 따라서 변형이 쉽게 되지 않을 수도 있다.) 양쪽 끝의 두 삼각뿔들을 다르게 펼치면 아래와 같은 답을 얻을 수 있다.



물론 이것도 훌륭한 정답이지만, 여기서 조금만 더 변형하면 더욱 대칭적인 답이 나온다. 출제자의 마음에 가장 마음에 드는 전개도는 다음 두 가지다. 예쁘지 않은가?

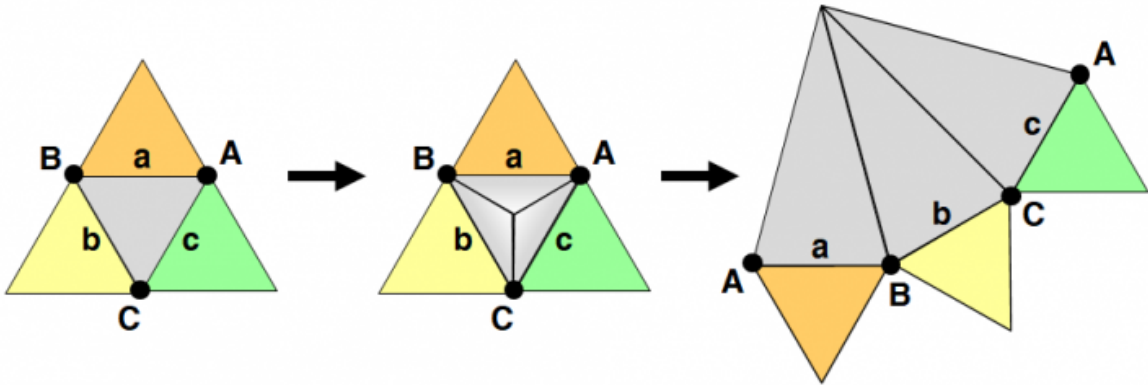




다음은 2월의 정답자로 선정된 조강진님의 해설입니다.

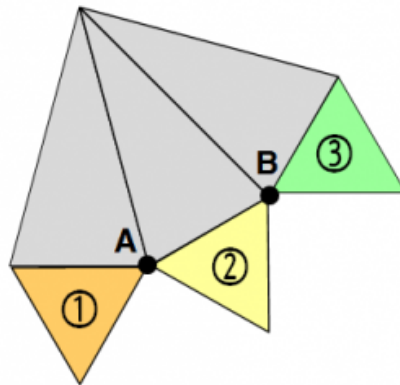
[2월의 퍼즐 - 뾰족한 별팔면체의 전개도]

뾰족한 별팔면체의 전개도를 구하기 위해 우선 정팔면체의 전개도를 생각하자. 정팔면체의 전개도에서 하나의 정삼각형을 3개의 이등변삼각형($30^\circ, 75^\circ, 75^\circ$)으로 치환하는 과정을 통해 입체도형 상에서 하나의 삼각뿔을 만들 수 있다. (아래 그림에서 이등변삼각형의 밑변 abc가 정삼각형을 이루도록 접으면 원래 정팔면체의 한 면에 해당하는 정삼각형에 삼각뿔이 붙은 모양이 된다.)

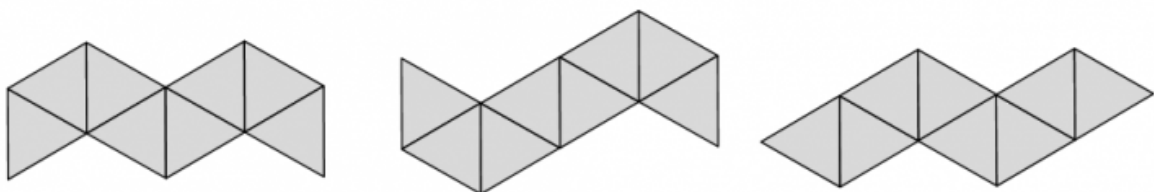


따라서 정팔면체의 전개도에서 각 8개의 정삼각형을 모두 3개의 이등변삼각형으로 치환하는 과정을 통해 뾰족한 별팔면체의 전개도를 구할 수 있다.

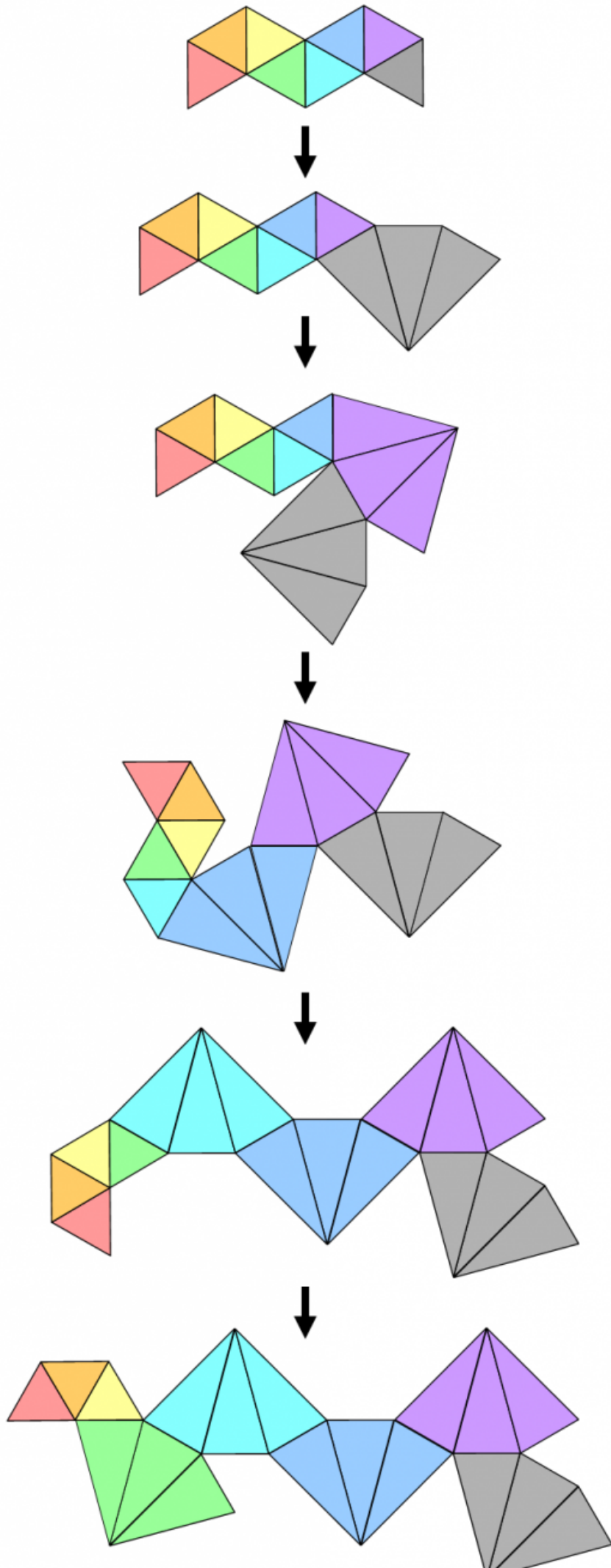
정팔면체의 전개도는 총 11가지가 있는데, 그 중에서 정삼각형의 세 변에 모두 다른 정삼각형이 붙은 형태가 있는 경우에는 한 장의 종이를 잘라서 만들 수 없다. (아래 그림에서 정삼각형 ①, ②, ③을 3개의 이등변삼각형으로 각각 치환하게 되면 점 A 또는 점 B 중에서 이등변삼각형 5개가 모여서 내각의 합이 $75^\circ \times 5 = 375^\circ$ 으로 360° 을 넘는 점이 반드시 생겨서 한 장의 종이를 잘라서 만들 수 없게 된다.)

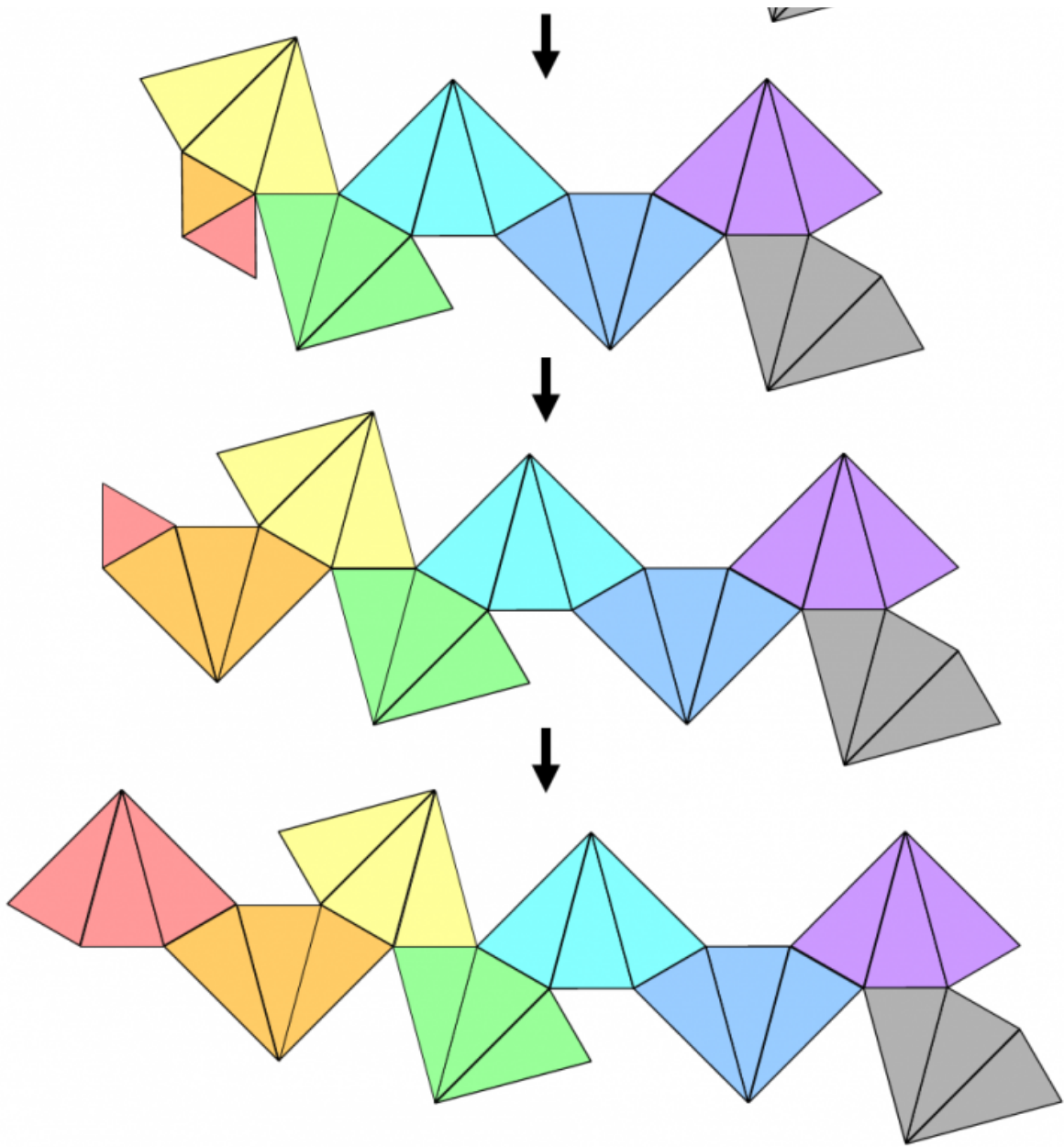


정팔면체의 11가지 전개도 중에서 정삼각형의 세 변에 모두 다른 정삼각형이 붙어있는 경우가 없는 전개도는 다음의 3가지가 있는데, 이 중에서 하나의 전개도를 갖고 정삼각형들을 3개의 이등변삼각형으로 치환해서 뾰족한 별팔면체의 전개도를 구해보자.



다음 그림과 같이 정삼각형들을 하나씩 3개의 이등변삼각형으로 치환하는 과정을 통해 뾰족한 별팔면체의 전개도를 구할 수 있다. (치환하는 과정에서 이등변삼각형들이 서로 겹치지 않도록 전개하면서 정삼각형들을 하나씩 수서대로 치환한다.)





최종적으로 얻어진 뾰족한 별팔면체의 전개도를 보면 한 장의 종이로 만들 수 있다는 사실을 쉽게 확인할 수 있다. (위의 전개도에서 각 색깔 당 하나의 삼각뿔이 된다.) 그리고 추가적으로 이등변삼각형의 크기가 더 커서 (꼭지점의 각도가 더 작아서) 더 뾰족한 별팔면체의 전개도 또한 위에서 구한 형태로 전개도를 구성한다면, 별팔면체가 아무리 뾰족하더라도 다음 그림처럼 전개도를 일반화하여 구할 수 있다. (별팔면체가 무한에 가깝게 뾰족할지라도 종이만 충분히 크다면 한 장의 종이로 전개도를 그려서 뾰족한 별팔면체 입체도형을 접어서 만들 수 있다.)

