

[7월의 퍼즐] 대답할 수 없게 하는 질문

2022년 7월 4일

안진후



진실만 말하는 사람과 거짓만 말하는 사람에 대한 논리퍼즐로 가장 유명한 사람은 단언컨대 논리학자 레이먼드 스멀리언 Raymond M. Smullyan 일 것이다. 그는 제목도 비범한 그의 저서 '이 책의 제목은 무엇인가?'(원제: What is the name of this book?, 국내에선 '퍼즐과 함께하는 즐거운 논리'라는 이름으로 출간.)에서 참말만 하는 기사와 거짓말만 하는 건달들이 사는 섬에 관한 논리퍼즐을 소개한 바 있다. 이를 테면 다음과 같은 것이다.

기사와 건달의 섬에 사는 주민 A, B, C가 서로에 대해 다음과 같이 말했다.

A: 우리 모두 건달이다.

B: 우리들 중 단 한사람만 건달이다.

이때 C는 기사인가, 건달인가?

그는 수많은 저서를 통해 이와 같은 참과 거짓에 관한 흥미로운 논리퍼즐들을 소개하였는데, 오늘은 그 중 '대답할 수 없게 하는 질문'에 관한 퍼즐에 대해 알아보자.

우리가 기사나 건달에게 주관적 질문(예: '내가 멋있나요?')이 아닌 객관적 질문에 대해 '예, 아니요'로만 답해주기를 부탁했다고 하자. 이 때 자기 지시적 질문을 적절히 구성하면 기사 혹은 건달이 어떤 답도 할 수 없게끔 만들 수 있다. 예를 들면 다음과 같다.

“당신은 이 질문에 '예'라고 답할 것인가요?”

이 질문에 대한 답은 예라고 해도, 아니라고 해도 항상 참이 되기 때문에 기사는 아무 답이나 할 수 있지만 건달은 어떤 답도 할 수 없게 된다.

이제 본격적인 문제로 들어가자.

북극 대륙과 남극대륙만 있는 어떤 행성 X에는 두 외계인 종족 펭귄족과 곰족이 살고 있다. 특이하게도, 펭귄족은 자신의 출신지인 남극대륙에서는 진실만 말하고 북극 대륙에 거주할 땐 거짓만 말하는 반면, 곰족은 자신의 출신지인 북극 대륙에서는 진실만 말하고 남극대륙에 거주할 땐 거짓만 말한다고 한다.

위와 같은 가정에서 우리는 종족과 거주지 모두 상관없이 그 어떤 외계인도 예도 아니요도 답할 수 없는 자기 지시적 질문을 물어보고 싶다. 어떤 질문을 하면 될까? 여러 정답이 있을 수 있으니 최대한 짧고 증명이 간편한 질문을 찾아보자.

답은 복합문이 필요할 테니 논리적 연결사에 대한 설명을 덧붙인다. 'P 그리고 Q'는 P와 Q 모두 옳을 때만 참이 되고 나머지 경우엔 모두 거짓이 된다. 반대로 'P 또는 Q'는 P와 Q 모두 옳지 않을 때만 거짓이 되고 나머지 경우엔 모두 참이 된다. 쉽게 말해 'P 또는 Q입니까?'라는 질문은 'P와 Q 둘 중 적어도 하나가 참입니까?'라고 묻는 것과 같다.

'P이면 Q'는 오직 P가 참인데 Q가 거짓일 때만 거짓이 되고 나머지 경우엔 모두 참이 된다. 이에 따라 P가 거짓인 경우나 Q가 참인 경우는 나머지를 체크할 필요 없이 항상 전체 문장이 참이 된다. 'P와 Q는 동치다.'는 P와 Q의 진리치가 같으면 참이고 다르면 거짓이다. 즉 P도 참이고 Q도 참인 경우와 P도 거짓이고 Q도 거짓인 경우, 이렇게 두 상황일 때만 참이고 나머지는 거짓이 된다.

보너스 문제

여기 더 섬세한 조건이 필요한 문제들을 소개한다.

같은 상황에서 다음 조건을 만족하는 자기 지시적 예/아니요 질문을 찾아보자.

1) 종족과 상관없이, 남극대륙 거주자는 '예'든 '아니요'든 답할 수 있지만 북극 대륙 거주자는 어떤 답도 할 수 없는 질문은 무엇인가?

2) 거주지와 상관없이, 펭귄족 외계인은 '예'든 '아니요'든 답할 수 있지만 곰족 외계인은 어떤 답도 할 수 없는 질문은 무엇인가?