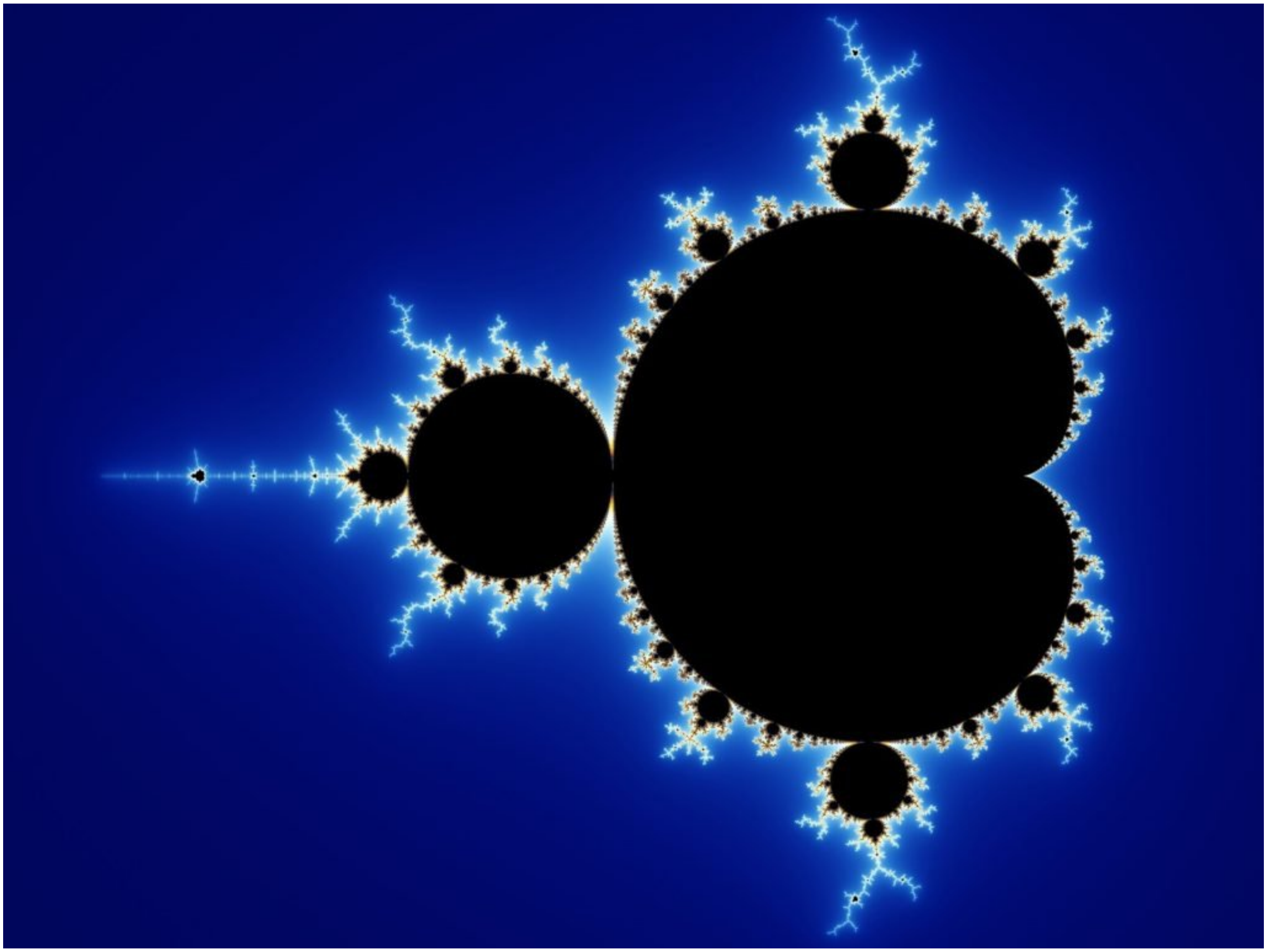
[illegible]

[illegible]

[illegible]([illegible], dynamics)[illegible] [illegible]. [illegible], [illegible](logistic map), [illegible](Mandelbrot set)[illegible]. [illegible], [illegible].

[illegible]: [illegible]

[illegible]: [illegible]

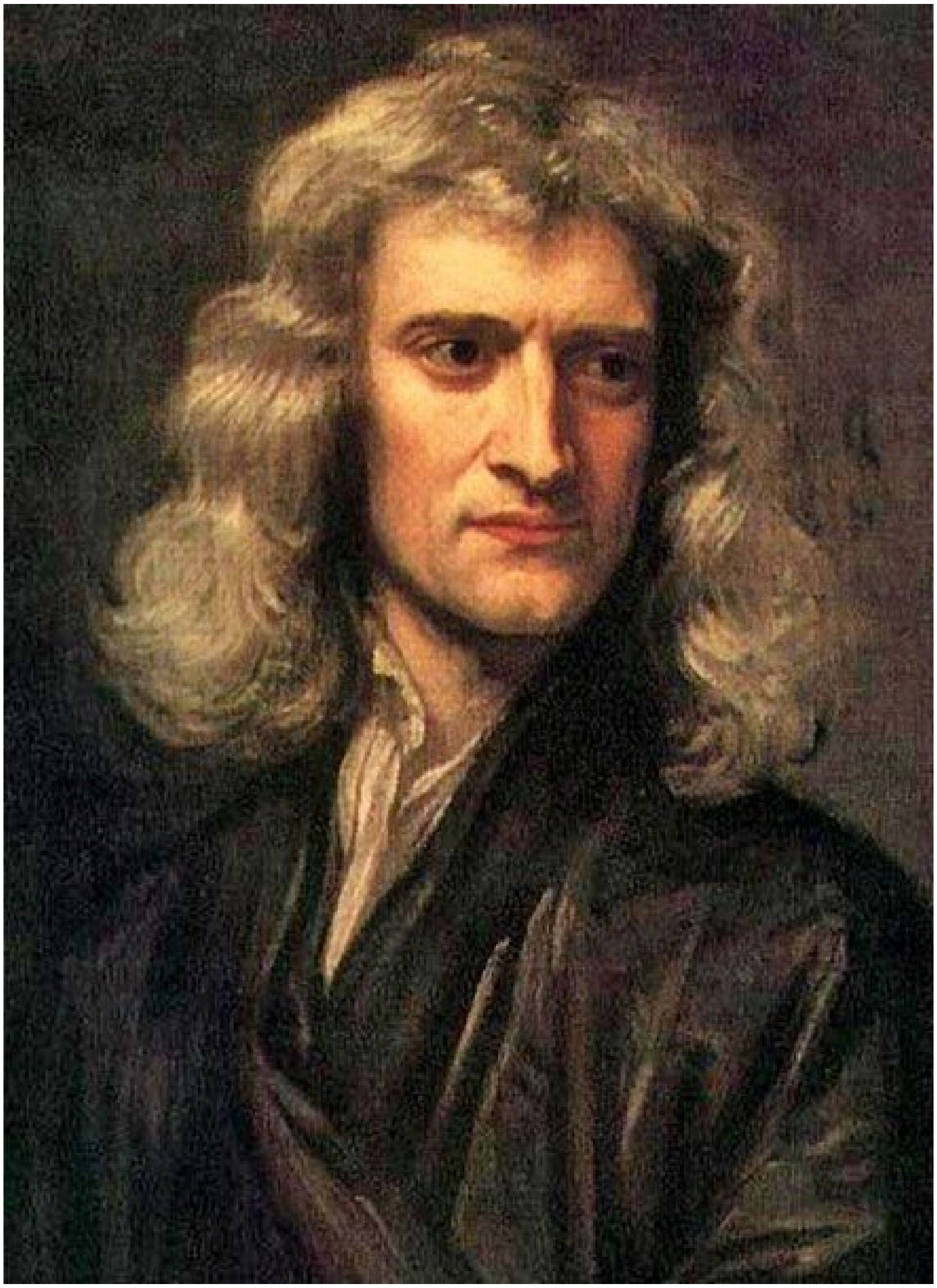


[illegible]

[illegible] 2014[illegible] 2[illegible]

[illegible]

[illegible](1643-1727)



[illegible]

[illegible]. [illegible], [illegible]. [illegible].

□□□ □□□ □□□ □□□ □□ □□□ □□ ‘□□□ □□□!’ □□□ □□□ □□□□.□□□ □□□□□□ □ □ □□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□□. □□□ □□□□□□□ □ □ □□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □ □□ □□ □□ □□□.

□□ □□□□□ (1854-1912)

□□ □□□□□

□□ □□ 200□ □ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□. □□□□□□ □□□□□□ □ □□□ □□, □□□ □□□ □□□□□□□ □□. □□ □□□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□. □□ □□□ □□□□ □□□□□□□ □□□ □□ □□ □□□ □□□□□ □□□, □□□□□□ □□□□□□□ □ □ □□□□□, □□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□ □□. □□□ □□ □□□□□ □□□□□□.

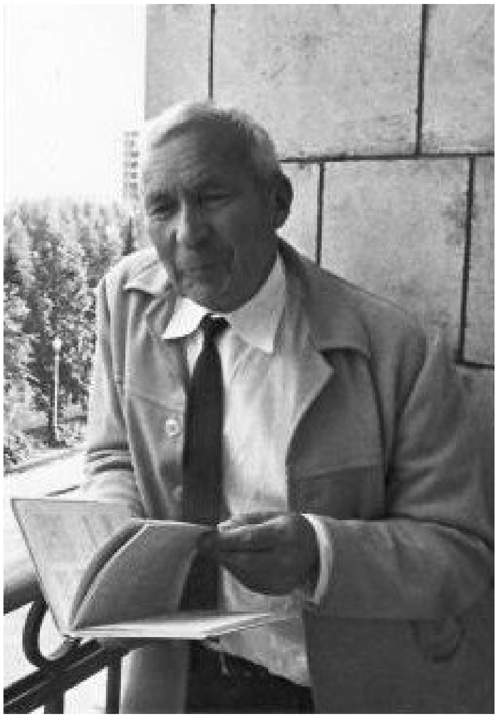
□□□□□□ “□□□ □□□ □□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□, □□□ □□ □□ □□□ □□ □□□ □□□ □□□□.”□□ □□ □□□□, □□

□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□.

□□ □□□□ □□□ (1884-1944)

□□□□ □□ □□□□□ □ □□ □□□ □□□□ □□□□ □□ □ □□. □□□ □□□ 1□□ □□ □□ 1942□□ □□□ □□□ □□□□ □□(Birkhoff ergodic theorem) □ □ □□□ □□. □□□□□ □□□□ □□ □ □□□ □□ □□□ □, □□□ □□□ □□□ □□□ □□□ □□□. □□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□□.

□□□□ □□□□□ (1903-1987)



□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□, □□□ □□□□□□ □□□ □□□□□ □ □□□□□□□ □□□ □□□ □□□, □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□. □□□□□□□□ KAM □□(□□□□□□-□□□□□-□□ □□)□□□ □□□□□ □□□□□□□, □ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□. KAM □□□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□.

□□□□ □□□ (1979-)

□□□: 2014□ □□ □□□□□□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□

2014□ □□ □□□□□□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□ □□ □□

□□ □□□ □□□□□□□ □□□ □□□□ □□□ 2014□ □□□ □□□□ □□□□ □ □ □□. □□ 2011□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□ □□ □□□□□□, □ □□□ □□□□ □□ □□□□□□.

□□□□□ □

□□□□□ □□ □ □□ □□□□ □□□ □ □□. □ □□□ □□□ □□(Julia set)□ □□□□□ □□(Mandelbrot set)□ □□□□. □□□□ □□□ □□□ zn+1=z2n+c{z}_{n+1}={z}^{\frac{2}{n}}+c □□□□ □□□ □□□□□. □□ c□ □□□ □□□ □□□, □□ □□□ z0{z}_{0} □ □□□□ □ □□□ □□□ □□□. □□□ □□□□ c□ □□ □□ □□□ □□□□ □□□ □□□ □□□ □□ □□□ □□□□.

□□: □□□ □□

□□ □□□□, □ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□ □□ □□. z0=0{z}_{0}=0 □ □ □ □□ □□□ □□□□ □□□□ □ □□□ □□ □□□□□ □□□□. □□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□(parameter set), □□ □□□□ □□□ □□□□ □□(Moduli space)□□□ □□□. □□ □□□ □□ □□ □□ □□□□ □□□□.

□□□ □□

□□□ □□□ α\alpha □ □□□ □□ □ □□□ 1□ □ □□ □ □□ □□ □□□□ □□ α\alpha □□ □□□□ □□□ □□□□□. □□□ □ □□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□. (□□□ KAM □□□ □□ □□□ □□□ □□ □□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□! □□□ □□ □□□□ □□□□ □ □□ □□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□ □□□ □□.)

[illegible]: [illegible]

[illegible], [illegible].

[illegible]: [0,1)[illegible].

[illegible] 1[illegible], [illegible].

□□: □□□ □□□ □ □□□ □□□□ □□□□ □□□□ □ □□□ □□ □□□ □ □□.

□□ □□ (interval exchange map)

□□□ □□□ □ □□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□ □□□□□, □□□ 1□ □□□ □□□ □□ □□ □□□□ □□ □, □ □□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□. □□□ □□□ ‘□□□□ □□’□ □□□□ □□□□.

□□: 4□ □□□ □□□ □

□□

□□ □□□ □□□ □□□ □□□ □□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□. □□□□ □□□□ □□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□ □□ □ □□□, □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□□ □□□. □□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□.

□□□□ □ (logistic map)

□□□□ □□ □□ □□□□ c□ □□□

fcx=cx(1–x)\style{font-family:’Times New Roman’}{f_c\left(x\right)=cx(1-x)}

□ □□ □□□□ □□□□. □ □□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□ □ □□□ □ □□. □□ □□ □□ □□□ □□□ □□ □□ □□□□ □□ □□ □□□ □□□ □□□□.
□□ xn=fxc(xn–1)\style{font-family:’Times New Roman’}{x_n=f{\left(x\right)}_c(x_{n-1})} □ □□□□ *c*□ □□□ *x0{x}_{0}* □□ □□ xn{x}_{n} □ □□□ □□□□? □ □□□ □□□□□ □□□□ □□□□ c□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□ □□. □□ □□ c =

4□□ □□□ *x0{x}_{0}* □ □□ □□□□ □□. □□□ *c = 2*□ □□□ □□ *0*□□ *x0{x}_{0}* □ □□□ *xn{x}_{n}* □ 12\frac {1}{2} □ □□□□ □□ □□ □□ □ □□.

□□□ □□□ □□

□□ □□□□□ □□ □ □□ □□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□.

□□ (recurrent)

□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □ □□□□. □□□□ □□□□□□ (X,\H,Ʊ,T)(\Chi,\H,\mho,\Tau) □ □□□□□□. □□□ (X,\H,Ʊ)(\Chi,\H,\mho) □ X\Chi □□ σ\sigma -□□(σ\sigma -algebra)□□, /mho/mho □ □□ □□ □□(measure preserving map), □ □□ A E ℑ\Alpha \quad \Epsilon \quad \Im □ □□

μ(T–1(A))=μ(A)\mu({\Tau}^{-1}(\Alpha))=\mu(A)

□ □□□□ □□□□.
□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□, □□□□□ □□□ □□ □□□ □□.
□□ A ϵ ℘{{\Alpha \quad \epsilon \quad \wp}} □ μ(A) > 0\mu(A)\quad>\quad 0 □ □□□ □

μ(T–1(A))=μ(A)\mu ({\Tau}^{-1}(A))=\mu(A)

□ □□□ □□ □□ □□ □□ n□ □□ □□□□?
□□ □□□ '□□□'□ □□□, □ □□□ □□□□□ □□□. □□□ □□ □□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□. (□□□ μ(X)=1\mu(\Chi)=1 □□□ □□□ □□□, □□ □□ □□□□□ x□ x+1□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□ □ □ □□.)

□□□□ (ergodic)

□□ T–1(A)=A{\Tau}^{-1}(A)=A □ □□□□ □□ A ϵ ℘{{\Alpha \quad \epsilon \quad \wp}} □ □□ □□□ μ(A) = 0\mu(A)\quad=\quad 0 □□□ μ(A) = 1\mu(A)\quad=\quad 1 □□, □ T\Tau □ □□□□□□□ □□.

□□□□□ □□□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□. □□ □□ A\Alpha □ □□ □□□ □□□ □□□ A\Alpha □□□□ □□□□□, □□□□ X\Chi □ □□ □□ A\Alpha □ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□. □□□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□ □□□□. □□ □□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□. □□ □□□ Ti(x){\Tau}^{i}(x) □ T(T(T(⋯T(x)⋯)))\Tau(\Tau(\Tau(\cdots\Tau(x)\cdots))) □□ x□ T\Tau □ i□ □□□ □□□ □□□□ □□□□ □□ □□ □□□□.

limn–>∞1n∑i=0n–1fTi(x)=∫xfdμ\lim

_{n->\infty}{\frac{1}{n}}\sum_{i=0}^{n-1}{f\left({\Tau}^{i}(x) \right)}=\int_{x}^{}{f}d\mu

□□ □□□□ □□□ □□□ □□□ □□ □□, □□□ □□□ □□□ □□ □□□□ □□□ □ □□. □□□□□ □□ □□ □□□ □ □□ □□□□, □□ □□ □□ □□□(regularity)□ □□□ □□□.

□□1
□□ □□□ □□□ □□□ □□□□□□. □, □□□ □□□ α\alpha □ □□ τ:0,1→0,1 □
Tx=x+α(mod 1)\Tau\left(x\right)=x+\alpha(mod\quad1) □ □□□□
([0,1),B,T,λ)([0,1),\Beta,\Tau,\lambda) □ □□ □□□ □□□□ □□□ □□□ □ □□. □□ □□ □□ □□ *f*□ 0□□ 1□□ □□□ □□ n□□ □□ □□ □□□□ □□□□ □□ □ □□.

∫01fxdx≈1n∑i=0n–1f(x+ia)(mod 1))\int _{0}^{1}{ f\left(x\right)dx\approx\frac{1}{ n}\sum_{i=0}^{n-1}{f\left((x+ia)\right)}}(mod\quad1))

□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□. □□□ □□ □□□□ □□□ □□□ □ □□ □ □□ □□□.

□□2
□□ □□ A⊂X\Alpha\subset\Chi □ □□ A□ □□□□ □□ 1□□ □□□ 0□ □□ □□ xA □ □□□□. □□□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□ x□ □□□

limn–>∞1n∑i=0n–1χA(Ti(x)) = ∫xχAdμ=μ(A)\lim _{n->\infty}{ \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}{{ \chi}_{A}({ \Tau}^{i}(x))\quad=\quad\int_{x}^{}{{ \chi}_{A}d\mu}=\mu(A)}}

□ □□□□. □□□ □□□ □ □□□ □□□□ □□□ □□ A□ □□□□ □□ □□□ □□□□□□ A□ □□□ □□□□□ □□ □ □□ □□.

□□3
□□□□ □□□□□ □□□ A,B⊂X\Alpha,\Beta\subset\Chi □ □□ □□□ □□ □□□ □□□ □ □□.

limn–>∞1n∑i=0n–1μ(Ti(A)\bigcapB)=μ(A)μ(B)\lim_{n->\infty}{\frac{1}{n}\sum_{i=0 }^{n-1}{\mu({\Tau}^{i}(A)\bigcapB)=\mu(A)\mu(B)}}

□□ □□ □□ A□ T□ □□ □□□ □ □ □□□ □□□□ □□□ □□□ □□□ □□ □ □□□, □□□□□ Ti(A){\Tau}^{i}(A) □ B□□ □□□□ □□□ μ(A)\mu (A) □□□□, □□ T□ □□□ □□□□ □□□.

□□ □□ (weak mixing)
□ □□ 3□ □□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □ □□ □□ □□□ □□□ □ □□. □□□ A,B⊂X\Alpha,\Beta\subset\Chi □ □□□

limn–>∞1n∑i=0n–1μ(Ti(A)\bigcapB)–μ(A)μ(B)=0\lim_{n->\infty}{\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}{\left|\mu({\Tau}^{i}(A)\bigcapB)-\mu(A)\mu(B)\right|}=0}

□ □□□□ □□ T□ □□□ □□□□ □□□□. □□□□ □□□ □□□ □□□, A□ T□ □□ □□□ □ B□ □□□ □□□ □□ □□□ μ(A)μ(B)\mu(A)\mu(B) □ □□□□ □□□ □□ □ □ □□. (□□□□□ □□□□ □□□ □□ □□ μ(A)μ(B)\mu(A)\mu(B) □ □□□ □□ □□□□.)

□□ (mixing)
□□□ A,B⊂X\Alpha,\Beta\subset\Chi □ □□□

limi–>∞μ(Ti(A)∩B)=μ(A)μ(B)\lim_{i->\infty}{\mu({\Tau}^{i}(A)\bigcap}B)=\mu(A)\mu(B)

□ □□□□ □□ T□ □□□□ □□□□.

□□

□ □□□ K-□□(K-mixing) □□ □□□□(Bernoulli)□ □□ □□ □□□ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□□ □□□ □□. □ □□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□ □ □□ □□□ □ □□.
□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□.

□□□ □□

□□ □□□ □□□ □□□ □□□□□□, □ □□ □□ {x,T(x),T2(x),...}\{x,\Tau(x),{\Tau}^{2}(x),...\} □ □□(dense)□□□ □□ □□□□□. □□□ □□□ □□□ □□□ □□□□ □□□□ □□ □□□ □□.

□□ □□

□□ □□□□ □□□ □□□□□ □□□□□. □□□ □□□ 2□□ □□□ □□□ □□□ □□□□□, □ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□ □□ □□□ □□□□□. □□□□ □□□ □□□ 3 □□ □□ □□□? □□□ □□□□ □□□ □□□ 3□□ □□□ 2□□ □□□ □□□□(renormalize)□□ □□□ □□ 3□ □□ □□□ □□ □□□□□ □□ 1967□□ □□□□. □□□ □□□□ □ □□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□□ □□□ □□□□□. □□ 2007□ □□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□, □□□□ □ □□□□ 2011□ □□ □□ □□□□□ 2014□ □□□□ □□ □□.

□□**[**□□□, □□□, 2007□] □□ n>2n>2 □ □□

□□□□(typical) n□ □□ □□□ □□ □□ □□□ □□□□. (□□□ □□(mixing)□ □□□.)

[illegible]. [illegible] ‘[illegible]’[illegible].

[illegible], [illegible]? [illegible]. [illegible], [illegible]. [illegible](Teichmüller space)[illegible](translation flow) [illegible].

[illegible], [illegible].

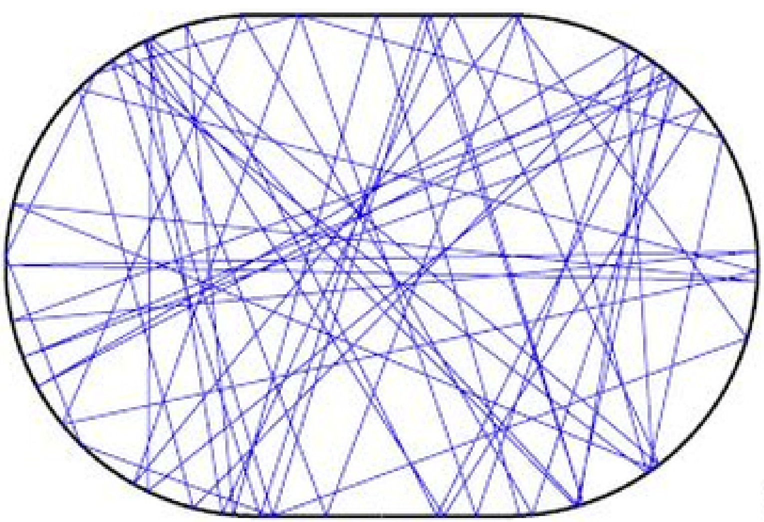
[illegible]

[illegible]. [illegible].

[illegible]: [illegible]

[illegible] 45°[illegible], [illegible]. [illegible].

[illegible], [illegible](stadium) [illegible].



□□: □□□ □□□ □□□□□ □□

□□□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□□□, □□□ □□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□ □□ □□. □□, □□□ □□□ □□□□ □□□ □□□(deterministic, □□□□=0)□□.

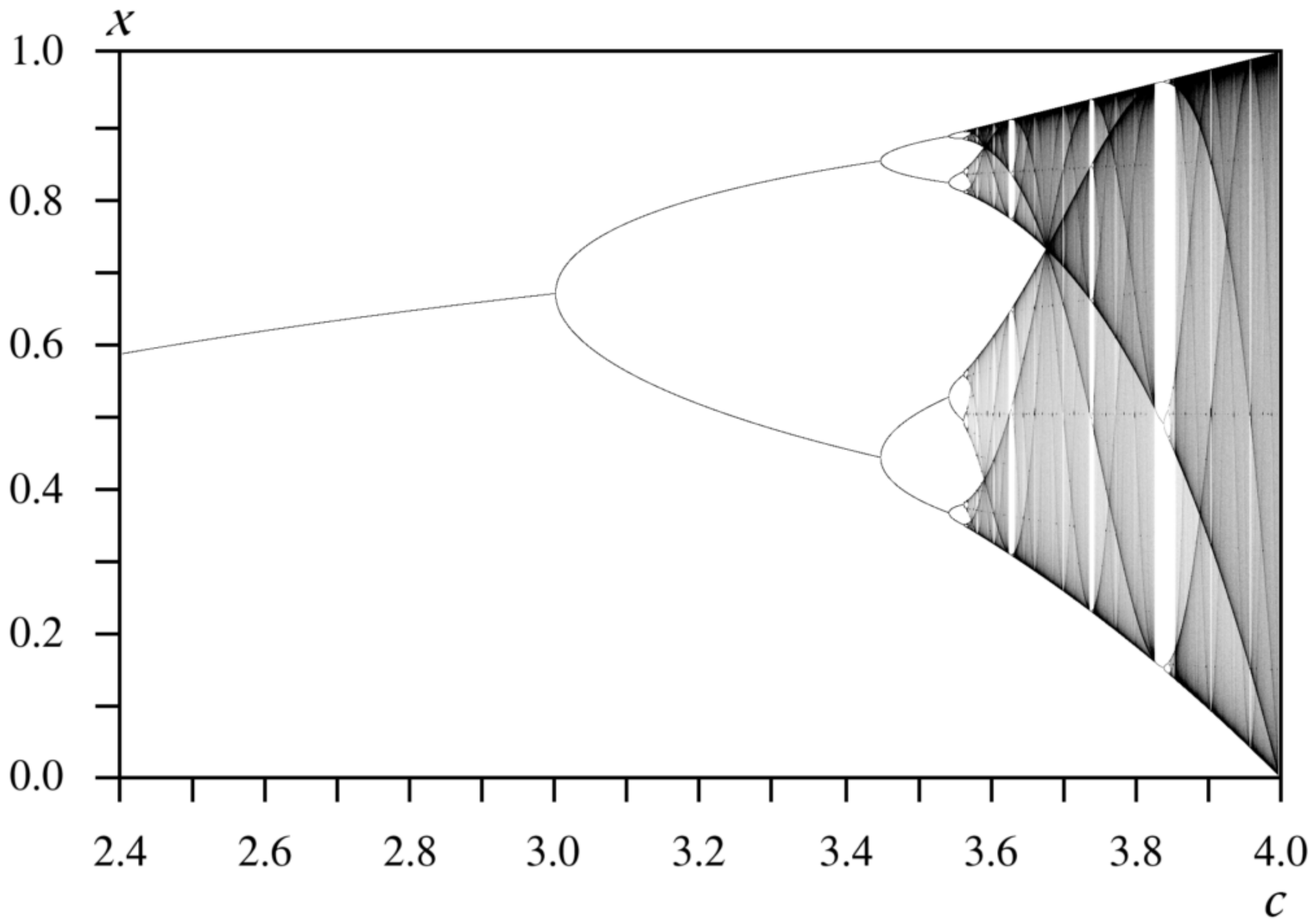
□□□□ □

c=4□ □□ □□□□ □ fx=4x(1–x)f\left(x\right)=4x(1-x) □ x=12x=\frac{1}{2} □□ □□□ 1□ □□□. □ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□ □□□. □□ □□ □□□□ x0=0.4{x}_{0}=0.4 □ □□□ x0=0.41{x}_{0}=0.41 □ □□ □□□ □□ □□□ □□□□ □□□□.

□: □□□□ □□ □□□□ □ □□□ □□

□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □ □□□□□ □□□ □□ □□ □□□ □□ □ □ □□. □□□ □□□ 0.4□ □□ □□□□□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□□ □□□ 0.41□ □□ □□□ □□□ □□ □□.

□□, c=2□ □□ □□□□ □ fx=2x(1–x)f\left(x\right)=2x(1-x) □ □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□. □□ □ □□ □□□□□□ □□ fnxf^{n}\left(x\right) □ 12\frac{1}{2} □ □□□□ □□□□. □□□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□□ □□□ □□□ □□□ □□**(bifurcation)**□□ □□. □□ □□□ □□□□ □ fc(x)=cx(1–x){f}_{c}(x)=cx(1-x) □ □□ □□□□□□ □□□□. □ □□□□□ □□ □□ □□□ □□ □ □□□ □□□□□ □□ □ □□ □□(□□□ □ □□□)□ □□□ □□□. □ c□□ 4□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □ □□□□ □□ □ □ □□.



□□: □□□□ □□ □□ □□□□□

wqdwqdqwzcasdwdwq wd w

wdioh wqdijwq dopwjqd opqwjfq fknqwfnq wfo pwqnfopw nopw dnopqwdn qwopdnqwopdn oqwp dnqwopd

□□□□

□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□. □□□□□ □ □□□ □□□ □ □□□? □□□□(entropy)□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□. □□ □□□□□ (X,\B,μ,T)(\Chi,\B,\mu,\Tau) □ □□□□□□□□ □□. □□□ □ □ □□□ □□(partition)□□ □□□□. □□□□□□□ □□□ □□□ P∈\B\Rho\in\B □ □□ □□□□□□ □□□ □□.

$$
\begin{aligned}
h_{\mu}(\mathrm{T},\mathrm{P}) &= \lim_{n->\infty} \frac{1}{n} \mathrm{H}\left(\bigvee_{i=0}^{n-1} \mathrm{T}^{i}(\mathrm{P}) \right) \\
&= \lim_{n->\infty} \frac{1}{n} \mathrm{H}\left(\sum_{\mathrm{A}\in \bigvee_{i=0}^{n-1} \mathrm{T}^{-i}(\mathrm{P})} -\mu\mathrm{A}\log\mu\mathrm{A} \right) \\
&= \lim_{n->\infty} \mathrm{H}\left(\mathrm{P} \,\middle|\, \bigvee_{i=0}^{n-1} \mathrm{T}^{-i}(\mathrm{P}) \right).
\end{aligned}
$$

□□□ H(x)=–xlogx\Eta(x)=-x\log{x} □□, □□□ `□□□□□ □□□’□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□. □□□□ □□ P,Q,\B\Rho,Q,\B □ □□ H(P\wedgeQ)=H(P)+H(Q)\Eta (\Rho\wedgeQ)=H(\Rho)+H(Q) □□□, □ □□□ □□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□.

□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□ □□□, □□□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □□□ □ □□□□□ □□□□□. □, □□ □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□. □□ □□ c=4□ □□ □□□□□ □□ □□ □ □□ □□□□□□ □□(□□)□ □□□ □ □(□□)□ □□□ □□□ □ □□. □□ □□□ □□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□ 0□ □□□. □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ 0□□.

□□□□□□ 0□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □ □□□? □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□? □□□□□□ □□ □□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□? □□ □□□ □□□□□ □ □□□□□.

□□□□□□ □□□ □□□ 2015□ 4□ 17□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□.